М. А. Бутакова, Д. А. Рассказов (Ростов-на-Дону, РГУПС). **Алгоритмические методы нахождения комбинационных булевых производных, кратных булевых производных, булевых производных k-го порядка.**

При разработке алгоритмов вычисления булевых производных были использованы алгоритмы и методы классов, позволяющих определить значение частных булевых производных, описанные в статье А.В.Чернова, Д.А. Рассказова «Алгоритмическое и программное обеспечение символьных вычислений для логического дифференциального и интегрального исчисления».

Нахождение комбинационной булевой производной $\partial f/(\partial x_i \partial x_j)$ сводится к вычислению частной производной по k переменным одновременно, т.е. в качестве входных данных используется не одна переменная (как при нахождении частных производных), а булева функция, представленная в виде

$$\frac{\partial y}{\partial x_i \cdots \partial x_j} = GetdFxDxArray(y, AND(Dx[i] \ldots Dx[j])).$$

Кратная булева производная представляет собой выражение вида

$$\frac{\partial f}{\partial x_{i_1} \cdots \partial x_{i_m}} = \partial\left(\frac{\partial f}{\partial x_{i_1} \cdots \partial x_{i_{m-1}}}\right) \Big/ \partial x_{i_m}.$$

Для нахождения кратной производной по аргументам $x_{i_1}, \ldots, x_{i_m}$ необходимо применить аппарат рекурсивных вычислений в структуре метода:

$$GetdMultipleDifferenceArray(int\ Farray,\ int\ DxArray = \{x1, \ldots, xm\}).$$

В теле процедуры GetdMultipleDifferenceArray рекурсивно вызывается функция, рассчитывающая значение частной производной по каждой переменной x_i, указанной в массиве DxArray. Вычисления производятся, пока не закончатся значения в массиве DxArray:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = GetdFxDxArray\left(\frac{\partial y}{\partial x}, Dx[i]\right).$$

Нахождение производной производной k-го порядка имеет следующее представление. Производная k-го порядка от булевой функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\partial^k f/\partial(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k})$ по переменным $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}$ равна сумме по модулю 2 всех производных первого порядка, вторых, третьих и т. д., k-х кратных производных при фиксации переменных $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}$. Поэтому необходимо для начала определить массив всех возможных неповторяющихся комбинаций кратных производных для функции от N переменных, что, в свою очередь, требует выделения конкретного количества памяти, что возможно только при известном числе комбинаций равной длины $int\ C$.

Для выделения памяти используется тип данных $JaggedArray$(«Зубчатый массив»), посредством переменной $String[][]\ DxCombinations$, с количеством строк, равным N — числу всех переменных.

Циклически генерируется каждый элемент строки массива $DxCombinations$ конкатенацией каждого значения x_i с каждым элементом предыдущей строки массива, не содержащим в себе x_i, одновременно определяется длина текущей строки массива — C соответствует числу всех полученных комбинаций. В результате первая строка массива состоит из всех простых производных $DxCombinations[0] = \{dy/dx1, \ldots, dy/dxn\}$, последняя — из одной кратной производной по всем переменным $DxCombinations[N-1] = \{dy/dx1dx2 \ldots dxN\}$. Для нахождения суммы по модулю 2 всех полученных кратных и частных производных используется логическое слияние двух таблиц истинности слагаемых функций.

В цикле для каждого элемента $DxCombinations$ находятся производные

$$\frac{\partial F}{\partial x_1 \cdots \partial x_k} = GetdMultipleFxDxArray(F,\ Str[i][j]); \quad 0 < l, k < N.$$

Нахождение производной k-го порядка производится применением рекурсивного вызова $EXorOperation$ для всех найденных производных:

$$BinArr = EXorOperation\left(BinArr, \frac{\partial F}{\partial x_1 \cdots \partial x_k}\right).$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09–08–00097а.