

А. С. Иванов (Подольск, РОНЦ МГОУ). **Математические аналогии в термомеханике.**

Внутренние напряжения (температурные, остаточные, в окрестности структурных дефектов) оказывают существенное влияние на теплофизические, упругие и прочностные характеристики материала. Так, например, прочностная надежность изделий новой техники определяется уровнем и характером распределения температурных напряжений. Их определение в общем случае сводится к решению уравнений математической физики и весьма часто представляет значительные математические трудности. Поэтому используют математические аналогии, когда различные задачи описываются одинаковыми функциональными зависимостями с точностью до постоянных [1]. После перенормировки последних известное решение одной задачи переносится на другую с иным физическим содержанием. Целью данного сообщения является использование математических аналогий при определении температурных напряжений в изделиях атомной техники. В качестве иллюстративного примера рассматривается односвязная область произвольной формы в состоянии плоской деформации с переменным коэффициентом линейного расширения и постоянным объемным тепловыделением. Типичным примером подобных систем являются тепловыделяющие элементы ядерных реакторов.

Сущность аналогового моделирования температурных напряжений основана на идентичности математических формулировок задачи термоупругости

$$\Delta\Delta F = \frac{\alpha E q_v}{(1-\nu)\lambda}, \quad F = \frac{\partial F}{\partial n} = 0 \quad \text{на внешнем контуре,} \quad (1)$$

и задачи изгиба жестко защемленной по внешнему контуру пластины

$$\Delta\Delta w = \frac{P}{D}, \quad w = \frac{\partial w}{\partial n} = 0 \quad \text{на внешнем контуре,} \quad (2)$$

где F — функция напряжений, α — коэффициент линейного расширения, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, λ — коэффициент теплопроводности, q_v — мощность объемного тепловыделения, w — функция прогиба пластины, P — распределенная нагрузка, D — жесткость пластины. Из условия $[F] = [\chi w]$ (χ — множитель для сохранения размерности) получаем идентичность математических формулировок задач (1) и (2). При этом задача (2) допускает простую экспериментальную реализацию [2].

Проведено математическое обоснование аналогового метода определения температурных напряжений в односвязной области с переменным коэффициентом линейного расширения. Выбор подобной модельной системы обусловлен тем, что неоднородность коэффициента линейного расширения наиболее часто встречается в конструкционных материалах. Обсуждается возможность управления термонапряженным состоянием изделий при использовании материала с переменными свойствами (градиентные материалы).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Власов Н. М., Егоров В. С., Колесов В. С., Федик И. И. Аналогия плоской задачи термоупругости с изгибом пластины. — В сб.: Математические методы и физико-механические поля. Киев: Наукова Думка, 1979, № 10, с. 90–98.
2. Иванов А. С., Ковалев В. И., Цапковская О. А. Температурные напряжения в сплошном длинном цилиндре с переменным объемным тепловыделением. — Проблемы машиностроения и автоматизации, 2008, № 1, с. 111–114.