

В. Н. Л е с е в (Нальчик, КБГУ). **Определение профиля малой капли, лежащей на неровной поверхности.**

Изучение вопросов кинетики малых жидких капель на однородных и пористых поверхностях является одним из основных разделов современной теории капиллярности. При этом результаты теоретического и практического исследования статике и динамики поверхности капли малого объема на твердой подложке, особенно зоны трехфазного контакта, представляют ценную информацию для решения важнейших научных и технологических проблем.

В последние годы для практического исследования капиллярных поверхностей и зон межфазного контакта стали интенсивно применяться методы нелинейного математического моделирования, а также методы, основанные на анализе оцифрованного изображения системы: твердое тело–жидкость–окружающая среда.

В то же время, несмотря на достигнутые результаты в изучении процессов тепло- и массопереноса в каплях, исследованию поведения жидких капель на твердых неоднородных подложках и подложках, имеющих негладкую поверхность, уделяется значительно меньше внимания. В первую очередь, это связано со сложностью аналитического исследования исходной задачи и трудностями получения экспериментальных данных.

Настоящая работа, представленная данным сообщением, является продолжением исследований малых капель, находящихся под воздействием различных полей [1]–[3], и посвящена решению задачи аналитического описания профиля поверхности капли, лежащей на неровной подложке.

Рассмотрим «плоскую» малую каплю вязкой жидкости заданного объема V , свободно лежащую на неровной поверхности $H(x)$ однородного твердого тела в поле силы тяжести, направленном вдоль оси Oz вертикально вниз (см. рис.).

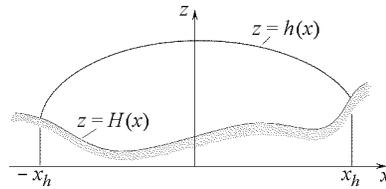


Рис. Профиль капли лежащей на неровной поверхности

Пусть $z = h(x)$ — искомое уравнение профиля капиллярной поверхности. Принимая во внимание выражение для полной энергии системы жидкая капля–твердая подложка, следуя [4], можем записать

$$\left(1 + h'^2\right)^{-1/2} + \frac{h^2}{2a^2} + \frac{c_0 h + c}{\sigma} = 0, \quad (1)$$

где $a^2 = \sigma/(g\Delta\rho)$ — капиллярная постоянная, σ — поверхностное натяжение жидкости, g — ускорение силы тяжести, $\Delta\rho$ — разность плотностей жидкости и газа, c — величина, характеризующая геометрию капли вблизи точек трехфазного контакта и зависящая от объема и плотности жидкости, c_0 — неизвестный пока параметр.

Дополним уравнение (1) условием

$$\int_{-x_h}^{x_h} [h(x) - H(x)] dx = S, \quad (2)$$

где S — площадь сечения капли в аперксе, а $H(x)$ — заданная достаточно гладкая функция, описывающая профиль подложки.

Введем параметр, полагая $h' = \operatorname{tg} t$. Тогда из (1) находим $h(t) = \sqrt{k_1 + 2a^2 \cos t} - k_2$, где $k_1 = a^2[c_0^2 a^2 - 2c\sigma]/\sigma^2$, $k_2 = c_0 a^2/\sigma$.

Принимая во внимание очевидное соотношение $dx = dh/tgt = h' dt/tgt$, получим $x(t) = K_1(t)E(\varphi|m) + K_2(t)F(\psi|n)$, где $E(\varphi|m)$, $F(\psi|n)$ — неполные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно, φ , ψ , m , n выражаются через физические параметры системы и c_0 ; $K_1(t)$, $K_2(t)$ — иррациональные функционалы элементарных тригонометрических и степенных функций параметров a^2 и σ .

Отметим, что полный вид соотношения для $x(t)$ не приводится ввиду его громоздкости, а неизвестный параметр c_0 , который присутствует в этом выражении и выражении для $h(t)$, легко устанавливается численными методами из (2).

Анализ полученных результатов показывает, что представленная модель существенным образом зависит от объема жидкости и еще в большей степени от профиля поверхности подложки $H(x)$. Также необходимо заметить, что полученные результаты согласуются с результатами работ [5], [6] и предоставляют хорошую возможность для их численной реализации в современных прикладных пакетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Канчукоев В. З., Карамурзов Б. С., Лесев В. Н.* Динамика проводящей капли на твердой поверхности в электромагнитном поле. — Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, 2007, № 3, с. 33–39.
2. *Лесев В. Н.* Моделирование кинетики профиля поверхности малой капли расплава Pb-Li в различных температурных режимах. — Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, 2008, № 3, с. 70–73.
3. *Лесев В. Н.* Нелинейная математическая модель гравитационного растекания капли по твердой поверхности. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 5, с. 899–900.
4. *Френкель Я. И.* Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975, 592 с.
5. *Бызовский А. И.* Растекание. Киев: Наукова Думка, 1983, 191 с.
6. *Канчукоев В. З.* Определение профиля жидкой капли на твердой поверхности. — Письма в ЖТФ, 2004, т. 30, в. 2, с. 12–16.