Н. А. М а н а к о в а (Челябинск, ЮУрГУ)**. Об одной модели оптимального управления уравнением электрического поля в полупроводнике.**

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ $(n \geqslant 1)$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. Положим $\mathfrak{H} = \overset{0}{W}{}_2^1$, $\mathfrak{B} = \overset{0}{W}{}_p^1$, $\mathfrak{H}^* = W_2^{-1}$, $\mathfrak{B}^* = W_p^{-1}$ (все функциональные пространства определены на области Ω).

Нас будет интересовать задача оптимального управления

$$J(x,u) \to \min, \qquad u \in \mathfrak{U}_{ad}, \tag{1}$$

с решениями уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda x - \Delta x) - \Delta_p x + \alpha |x|^{p-2} x = u, \quad \text{в цилиндре} \quad Q = \Omega \times (0,T), \tag{2}$$

где

$$\Delta_p x \equiv \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial s_i}\left(\left| \frac{\partial x}{\partial s_i} \right|^{p-2} \frac{\partial x}{\partial s_i} \right), \quad p > 2, \quad \alpha > 0,$$

которые удовлетворяют начально-краевым условиям

$$(\lambda - \Delta)(x(s,0) - x_0(s)) = 0, \qquad s \in \Omega, \quad x(s,t) = 0, \quad (s,t) \in \partial\Omega \times (0,T). \tag{3}$$

Предположим, что в полупроводнике имеется источник тока свободных зарядов и он «заземлен». Уравнение (2) определяет распределение потенциала электрического поля в полупроводнике, причем область Ω занимает полупроводник. Начально-краевая задача для уравнения (2) в случае отрицательности параметра α рассматривалась в работе [1], и была доказана локальная разрешимость данной задачи в слабом обобщенном смысле. Задача (1)–(3) дает возможность минимизировать штрафные санкции, выбрав внешнюю нагрузку таким образом, чтобы поддерживать необходимое распределение потенциала электрического поля в пласте.

Фиксируем $T \in \mathbf{R}_+$, зададим функционал штрафа

$$J(x,u) = \frac{1}{p}\|x - z_d\|^p_{L_p(0,T;\mathfrak{B})} + \frac{N}{q}\|u\|^q_{L_q(0,T;\mathfrak{B}^*)}.$$

Построим замкнутое выпуклое множество $\mathfrak{U}_{ad} \subset L_q(0,T;\mathfrak{B}^*)$, для которого выполнено

$$0 = (\mathbf{I} - P)u = \begin{cases} 0, & \lambda > -\lambda_1, \\ \langle u, \varphi_1 \rangle, & \lambda = -\lambda_1. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь λ_1 — первое собственное значение однородной задачи Дирихле для оператора Лапласа $-\Delta$ в области Ω, φ_1 — первый собственный вектор оператора $\lambda - \Delta$, а P обозначает проектор вдоль $\operatorname{coker}(\lambda - \Delta)$ на замыкание $\operatorname{im}(\lambda - \Delta)$ в топологии W_p^{-1}. Операторы L и M определим формулами

$$\langle Lx, y\rangle = \int_\Omega (\lambda xy + x_{s_i} y_{s_i})\, ds, \quad \langle Mx, y\rangle = \int_\Omega \left(\left|\frac{\partial x}{\partial s_i}\right|^{p-2} \frac{\partial x}{\partial s_i}\frac{\partial y}{\partial s_i} + \alpha |x|^{p-2} xy \right) ds,$$

и построим множество

$$\mathfrak{M} = \begin{cases} \{x \in \mathfrak{B} : \ (\mathbf{I} - P)M(x) = (\mathbf{I} - P)u\}, & \text{если } \ker L \neq \{0\}, \\ \mathfrak{B}, & \text{если } \ker L = \{0\}. \end{cases}$$

Теорема 1 [2]. *Пусть $\lambda \geqslant -\lambda_1$, тогда при любых таких $x_0 \in \mathfrak{H}$, $T \in \mathbf{R}_+$, $u \in L_q(0,T;\mathfrak{B}^*)$, что выполнено (4), существует единственное решение $x \in L_\infty(0,T;\operatorname{coim} L) \cap L_p(0,T;\mathfrak{M})$ задачи (2)–(3).*

Теорема 2 [2]. *Пусть* $\lambda \geqslant -\lambda_1$, *тогда существует оптимальное управление в задаче* (1)–(3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корпусов М. О., Свешников А. Г.* О «разрушении» решения сильно нелинейного уравнения псевдопараболического типа с двойной нелинейностью. — Матем. заметки, 2006, № 6, с. 879–899.
2. *Манакова Н. А.* Задача оптимального управления для уравнения Осколкова нелинейной фильтрации. — Дифференц. уравнения, 2007, т. 438, № 9, с. 1185–1192.