Ю. А. Самохин (Нижний Новгород, НГТУ). **Синтез рекуррентных оптимальных фильтров условно-гауссовых случайных временных рядов.**

Рассматривается система

$$x_t = A_{t-1}x_{t-1} + a_{t-1} + \nu'_t, \qquad t = 1, 2, \ldots, t_* - 1, \tag{1}$$

$$y_t = C_t x_t + e_t + \nu''_t, \qquad t = 0, 1, \ldots, t_*. \tag{2}$$

Здесь $A_t = A_t(y^{t-k})$ и $C_t = C_t(y^{t-k})$ — матричные функции размера $n \times n$ и $m \times n$ соответственно, причем $\det A_t \neq 0$; $a_t = a_t(y^{t-k})$ и $e_t = e_t(y^{t-k})$ — n- и m-вектор-функции соответственно. Функции A_t, C_t, a_t, e_t — определенные и измеримые при всех значениях своих аргументов, $y^{t-k} = (y_1, y_2, \ldots, y_{t-k})$; $a_0(y^{-k}) = \mathrm{const}$; $\{\nu'_t\}$ и $\{\nu''_t\}$ — последовательности центрированных некоррелированных условно-гауссовых случайных векторов: $\mathbf{M}\,\nu'_t = 0$, $\mathbf{M}\,\nu''_t = 0$, $\mathbf{M}\,\nu'_t\nu''_{t'} = 0$, $t, t' \in T = \{1, 2, \ldots, t_*\}$, $\mathbf{M}\,[\nu'_t(\nu'_{t'})^T|y^{\min\{t,t'\}}] = R_{\nu'}(t)\delta_{tt'}$, $\mathbf{M}\,[\nu''_t(\nu''_{t'})^T|y^{\min\{t,t'\}}] = R_{\nu''}(t)\delta_{tt'}$, $\mathbf{M}$ — символ математического ожидания, $R_{\nu'}(t)$ и $R_{\nu''}(t)$ — матрицы корреляций помех ν'_t и ν''_t, причем $\det\{R_{\nu'}(t)\}\det\{R_{\nu''}(t)\} > 0$, x_0 — условно гауссовый случайный n-вектор, независимый с помехами ν'_t и ν''_t и с известными статистиками $\mathbf{M}\,(x_0|y_0) = \widehat{x}_0$, $\mathbf{M}\,[(x_0 - \widehat{x}_0)(x_0 - \widehat{x}_0)^T|y_0] = R_{x_0} > 0$.

Теорема. *Пусть для системы* (1)–(2) *выполнены сформулированные выше условия. Тогда для оптимальных оценок* $\widehat{x}[t, t-k] = \mathbf{M}\,(x_t|y^{t-k})$ *и их условных матриц ковариаций* $P_t = \mathbf{M}\,\{(x_t - \widehat{x}[t, t-k])(x_t - \widehat{x}[t, t-k])^T|y^{t-k}\}$ *справедливы рекуррентные соотношения*

$$\begin{aligned} &\widehat{x}[t, t-k] = A_{t-1}\widehat{x}[t-1, t-k-1] + a_{t-1} + K_{t-1}(y_{t-k} - \widetilde{e}_{t-1} + \widetilde{C}_{t-1}\widehat{x}[t-1, t-k-1]),\\ &P_t = (A_{t-1} - K_{t-1}\widetilde{C}_{t-1})P_{t-1}(A_{t-1} - K_{t-1}\widetilde{C}_{t-1})^T + K_{t-1}R_{\nu''}(t-1)K_{t-1}^T + R_{\nu'}(t), \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$K_{t-1} = A_{t-1}P_{t-1}\widetilde{C}_{t-1}^T[R_{\nu''}(t-1) + \widetilde{C}_{t-1}P_{t-1}\widetilde{C}_{t-1}^T]^{-1}, \quad \widetilde{C}_{t-1} = C_{t-k}\Phi_{t,k}^{-1}A_{t-1},$$

$$\widetilde{e}_{t-1} = C_{t-k}\Phi_{t,k}^{-1}a_{t-1} - C_{t-k}\Phi_{t,k}^{-1}\sum_{i=0}^{k-1}\Phi_{t,i}a_{t-i-1} + e_{t-k}, \quad \Phi_{t,k} = A_{t-1}A_{t-2}\cdots A_{t-k},$$

$\Phi_{t,0} = E$ *— единичная матрица. Соотношения* (3) *однозначно определяют* $\widetilde{x}[t, t-k]$ *и* P_t *при задании начальных условий*

$$\widetilde{x}[0, -k] = K_{-1}(y_{-k} + \widetilde{C}_{-1}\widehat{x}[-1, -k-1]), \quad P_O = \mathbf{M}\,\{(x_0 - \widehat{x}[0, -k])(x_0 - \widehat{x}[0, -k])^T|y^{-k}\}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фомин В. Н.* Операторные методы теории линейной фильтрации случайных процессов. СПб.: Издательство СПбГУ, 1996, 382 с.