

М. Ю. Захаров, Е. А. Семенчин (Краснодар, ОАО «НПО «Промавтоматика», КубГУ). **О построении приближенного решения плоской краевой задачи для неоднородного бигармонического уравнения.**

В работе, представленной данным сообщением, на основе результатов [1] строится приближенное решение плоской краевой задачи для неоднородного бигармонического уравнения. Решение данной задачи можно трактовать как функцию напряжений (функцию Эйри) для случая ненулевой плотности внешних сил.

Пусть $Q \subset \mathbf{R}^2$ — ограниченная односвязная область с границей $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\partial/\partial n$ — производная по направлению внешней нормали к ∂Q в точке $\mathbf{y} \in \partial Q$.

Пусть потенциал Робена, определяемый областью Q , удовлетворяет условию $R(\mathbf{x}) \neq 0$, $\mathbf{x} \in Q$.

Рассмотрим краевую задачу

$$\Delta^2 U(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in Q, \quad U|_{\partial Q} = g(\mathbf{x}), \quad \left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{\partial Q} = h(\mathbf{x}). \quad (1)$$

Пусть функции $f(\mathbf{x})$, $g(\mathbf{x})$ и $h(\mathbf{x})$ таковы, что решение $U(\mathbf{x})$ задачи (1) существует и имеет требуемую для дальнейших рассуждений гладкость. Пусть, кроме того, $f(\mathbf{x}) \in C^1(\overline{Q})$. Будем искать $U(\mathbf{x})$ в виде

$$U(\mathbf{x}) = U_1(\mathbf{x}) + U_2(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где $U_1(\mathbf{x})$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta^2 U(x) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in Q, \quad (3)$$

$U_2(\mathbf{x})$ является решением задачи

$$\Delta^2 V(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in Q, \quad V|_{\partial Q} = g(\mathbf{x}) - g_1(\mathbf{x}), \quad \left. \frac{\partial V}{\partial n} \right|_{\partial Q} = h(\mathbf{x}) - h_1(\mathbf{x}), \quad (4)$$

где $g_1(\mathbf{x}) = U_1|_{\partial Q}$, $h_1(\mathbf{x}) = (\partial U_1/\partial n)|_{\partial Q}$.

Можно показать, что решение уравнения (3) имеет вид

$$U_1(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_Q \left(\int_Q f(\mathbf{x}) \ln |\mathbf{y} - \mathbf{x}|^{-1} d\mathbf{x} \right) \ln |\mathbf{x} - \mathbf{y}|^{-1} d\mathbf{y}.$$

Приближенное решение $U_{2N}(\mathbf{x})$ задачи (4) получено в [1]. Подставляя $U_1(\mathbf{x})$ и $U_{2N}(\mathbf{x})$ в (2), найдем приближенное решение $U_N(\mathbf{x})$ задачи (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захаров М. Ю., Семенчин Е. А. О методе точечных потенциалов решения плоской краевой задачи для бигармонического уравнения. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 1, с. 144–145.