

Д. Х. Девятков, С. И. Файнштейн, А. Б. Белявский, В. Е. Торчинский (Магнитогорск, МГТУ). Эвристическая оптимизационная модель для некоторого класса NP-полных задач разбиения с ограничениями.

**Введение.** Предложенная модель позволяет преобразовать некоторый класс NP-полных задач с ограничениями к задаче безусловной оптимизации. Это достигается путем замены ограничений на штрафную функцию, а также начислению премий за следование внешним критериям оптимизации. Величины штрафов и премий, а также ряд дополнительных параметров являются настроечными константами, позволяющими настраивать эвристический пороговый SF-алгоритм под реальные данные и оперативно менять критерии оптимизации. Наши исследования [1]–[3] показали, что предложенная модель позволяет решать широкий класс задач оперативного планирования, возникающих при производстве, складировании и отгрузке листопрокатной продукции на крупных металлургических предприятиях.

**Общая задача упорядоченного разбиения с ограничениями.**

**Условие.** Дано конечное множество  $A$ . Каждый элемент  $a \in A$  имеет целую положительную длину  $l(a)$  и  $k$  целых положительных характеристик  $\langle g_1(a), g_2(a), \dots, g_k(a) \rangle$ ,  $k \geq 2$ . Также задано ограничение на суммарную длину  $L_0 \in Z^+$  и два вектора целых положительных ограничений  $\langle D_1^1, \dots, D_k^1 \rangle$ ,  $\langle D_1^2, \dots, D_k^2 \rangle$ . На множестве  $A$  задано несимметричное бинарное отношение  $\beta$ ,  $\beta(a_i, a_j) = 0$ , если  $a_i$  и  $a_j$  совместимы, иначе 1.

**Вопрос.** Существует ли разбиение множества  $A$  на  $m$  попарно непересекающихся упорядоченных множеств  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $m \geq 1$ , со следующими ограничениями: ограничением на суммарную длину элементов множеств  $A_j$ ,  $j = 1, \dots, m$ : 1)  $\sum_{i=1}^{\text{count}(j)} l(a_i^j) \leq L_0$ , где  $\text{count}(j)$  — количество элементов множества  $A_j$ ; ограничениями на порядок следования элементов внутри множеств  $A_j$ : 2)  $-D_r^2 \leq g_r(a_{i+1}^j) - g_r(a_i^j) \leq D_r^1$ ; 3)  $\beta(a_i^j, a_{i+1}^j) = 0$ , где  $i = 1, \dots, \text{count}(j) - 1$ ,  $j = 1, \dots, m$ ,  $r = 1, \dots, k$ . Эта задача и все ее важные частные случаи являются NP-полными [2].

**Задача безусловной оптимизации.** Заменим ограничения 1)–3) системой целых положительных штрафов: *VeryBigF* — штраф за превышение допустимой суммарной длины последовательности,  $F_r^k$  — штрафы за превышение допустимой разности характеристик пары соседних элементов,  $F_0$  — штраф за их несовместимость,  $i = 1, 2$ ;  $r = 1, \dots, k$ . Тогда стоимость  $f(u)$  разбиения  $u$  равна сумме штрафов по всем параметрам разбиения, и  $f(u) = 0$ , если ни одно из ограничений не было нарушено. Таким образом, исходная задача с ограничениями преобразуется к задаче безусловной оптимизации:  $f(u) \rightarrow \min$ , где  $u \in U$ ,  $U$  — пространство всевозможных разбиений множества  $A$ .

**Эвристический пороговый SF-алгоритм (Sorted Fines-algorithm).** В качестве алгоритма минимизации целевой функции используется эвристический пороговый алгоритм с выделенной настроечной константой *MinCut*, имеющей смысл стоимостного предела размещения в текущем решении нового элемента или отсортированной последовательности элементов. Значение *MinCut* на каждой итерации алгоритма равно значению одного из штрафов и постепенно увеличивается от величины минимального штрафа до некоторого стоимостного предела. Отсортированные в порядке возрастания значения штрафы играют роль естественных энергетических уровней, позволяющих алгоритму выходить из «ловушек» локальных оптимумов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Девятков Д. Х., Файнштейн С. И., Тутарова В. Д., Калитаев А. Н. Оперативное планирование отгрузки готовой продукции со складов металлургических предприятий. — Мехатроника, автоматизация, управление, 2008, № 4, с. 36–40.
2. Девятков Д. Х., Файнштейн С. И., Белявский А. Б., Торчинский В. Е. Эври-

стическая оптимизационная модель для некоторого класса NP-полных задач с ограничениями, возникающих в листопрокатном производстве. — Информационные технологии, 2009, № 8 (в печати).

3. Каплан Д. С., Девятов Д. Х., Белявский А. Б., Файнштейн С. И., Торчинский В. Е. Алгоритм оперативного планирования посадки металла в печи листопрокатного стана. — Сталь, 2007, № 2, с. 130–133.