О. А. Ц а п о в с к а я, **О. И. Ч е л я п и н а** (Подольск, РОНЦ МГОУ). **Моделирование температургых напряжений в механике неоднородных структур.**

Неоднородности структуры (например, новые фазы) характеризуются другими значениями теплофизических и механических характеристик по сравнению с основным материалом. Это приводит к появлению термонапряжений при изменении температуры. Для их определения используют численные или экспериментальные методы. Среди последних заслуживает внимания аналоговый метод, в основе которого лежит эквивалентность математических формулировок плоских задач термоупругости и изгиба пластин при идентичных граничных условиях [1].

Рассмотрим новую фазу произвольного поперечного сечения в состоянии плоской деформации. Коэффициент линейного расширения является непрерывной функцией радиальной координаты при переходе через межфазную границу

$$\alpha = \alpha_0 \exp\left\{ -\frac{2r^2(\varphi)}{r_0^2(\varphi)} \right\}, \tag{1}$$

где α_0 — значение α при $r = 0$, $r_0(\varphi)$ — угловая зависимость радиуса неоднородности, $r(\varphi)$ — угловая зависимость текущего радиуса рассматриваемой области.

Компоненты тензора температурных напряжений в окрестности структурной неоднородности определяются через функцию напряжений F (функция Эри), которая удовлетворяет бигармоническому уравнению

$$\Delta\Delta F = -\frac{E}{1-\nu}\Delta(\alpha T_0) = \frac{8\alpha_0 E T_0}{(1-\nu) r_0^2(\varphi)} \left(1 - 2\frac{r^2(\varphi)}{r_0^2(\varphi)}\right) \exp\left\{ -2\frac{r^2(\varphi)}{r_0^2(\varphi)} \right\}, \tag{2}$$

$F = \partial F/\partial n = 0$ при $r = R$, где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, T_0 — постоянная температура. Появление термонапряжений обусловлено неоднородным распределением коэффициента линейного расширения. Граничные условия на внешнем контуре односвязной области физически означают отсутствие прогиба внешней границы ($F = 0$) и наклона плоского сечения ($\partial F/\partial n = 0$). Соответствующие значения термонапряжений определяются через функцию F стандартным образом (цилиндрическая система координат) [2]:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \sigma_{zz} = \sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}, \quad \sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi r} = 0. \tag{3}$$

Выражение для σ_{zz} выполняется для свободных от нагрузки торцевых поверхностей.

Для односвязной области задача изгиба пластины под действием распределенной нагрузки математически формулируются следующим образом [1]:

$$\Delta\Delta\omega = \frac{p(r)}{D}, \quad \omega = \frac{\partial\omega}{\partial n} = 0 \quad \text{при} \quad r = R, \tag{4}$$

где ω — функция прогиба пластины, $p(r)$ — закон распределения внешней нагрузки, D — жесткость пластины. Граничные условия задачи (4) физически означают жесткое защемление пластины по внешнему контуру (отсутствуют вертикальное перемещение и наклон пластины на границах контура). Задачи (2) и (4) с точностью до обозначений математически эквивалентны. Если использовать соотношение $[F] = [\chi\omega]$, то по известному закону изменения прогиба пластины можно определить функцию напряжений F и далее термонапряженнное состояние (χ — коэффициент пропорциональности). Из (2) и (4) с учетом коэффициента размерности получаем закон нагружения модельной пластины для односвязной области

$$p(r) = \frac{8\alpha_0 E D T_0}{(1-\nu) r_0^2(\varphi)} \left(1 - 2\frac{r^2(\varphi)\chi}{r_0^2(\varphi)}\right) \exp\left\{ -2\frac{r^2(\varphi)}{r_0^2(\varphi)} \right\}, \tag{5}$$

Экспериментальная реализация аналогового метода определения температурных напряжений в окрестности структурной неоднородности заключается в следующем [3]. Жестко защемленная по внешнему контуру модельная пластина нагружается распределенным давлением по закону (5). Поверхностные смещения пластины определяют при помощи тензорезисторов, показания которых соответствуют уровню и характеру распределения термонапряжений. Форма же структурной неоднородности моделируется исключительно распределенной нагрузкой, которая учитывает изменение коэффициента линейного расширения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Власов Н.М.*, *Егоров В.С.*, *Колесов В.С.*, *Федик И.И.* Аналогия плоской задачи термоупругости с изгибом пластины. — В сб.: Математические методы и физико-механические поля. Киев: Наукова Думка, 1979, № 10, с. 90–98.
2. *Боли Б.*, *Уэйнер Дж.* Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964, 517 с.
3. *Иванов С. Д.* Актуальные задачи моделирования технологических и температурных напряжений. М.: МГОУ, 1995, 271 с.