**В. С. Ч е к а н о в** (Ставрополь, СевКавГТУ). **Математическое моделирование деформации капли магнитной жидкости в магнитном поле.**

Известно, что капля магнитной жидкости (МЖ) в магнитном поле деформируется. Фигурой деформации принято считать эллипсоид вращения. Но реально получаемая геометрическая фигура лишь приближенно может соответствовать эллипсоиду вращения. Задача исследования — найти отклонение деформированной в магнитном поле капли от эллипсоида вращения.

Имея в виду равенство сил капли магнитной жидкости в магнитном поле, запишем уравнение

$$\frac{2\pi M^2}{\sigma} = \left(\frac{1}{R_{1B}} + \frac{1}{R_{2B}} - \frac{1}{R_{1M}} - \frac{1}{R_{2M}}\right) \Big/ \cos^2\beta, \qquad (1)$$

где $M$ — намагниченность, $\sigma$ — межфазное натяжение, $R_{1B}$, $R_{2B}$ — главные радиусы кривизны эллипса в точке $B$, $R_{1M}$, $R_{2M}$ — главные радиусы кривизны в точке $M_i$.

Были рассмотрены капли с различным соотношением полуосей $1:1{,}1$, $1:3$, $1:4$, $1:10$, $1:20$ (в плоскости $x=0$).

Найдем $R_{1M}$ и $R_{2M}$ — радиусы кривизны поверхности в точке $M_i$ для трех эллипсоидов. Эти радиусы — корни квадратного уравнения

$$(rt - s^2)R^2 + h(2pqs + (1+p^2)t + (1+q^2)r)R + h^4 = 0,$$

где

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad h = \sqrt{1+p^2+q^2}.$$

Радиусы кривизны эллипса в точке $B$ ($R_{1B}$, $R_{2B}$) — это значение радиусов в зафиксированных точках с координатами (0, 2, 2,2), (0, 2, 6), (0, 2, 20). Зная значения $R_{1M}$ и $R_{2M}$ (радиусов кривизны поверхности в точке $M_i$), $R_{1B}$, $R_{2B}$ (радиусы кривизны эллипса в точке $B$), с учетом формулы (1), а также формул связи косинуса угла и координат плавающей точки $M_i$, находим отношение, равное некоторой константе $A = (1/R_{1B} + 1/R_{2B} - 1/R_{1M} - 1/R_{2M})/\cos^2\beta$.

Если фигура соответствует эллипсоиду вращения, то величина $A$ должна быть постоянной, и чем более значение $A$ отклоняется от const, тем сильнее отклонение фигуры от эллипсоида вращения.

На рис. представлен график зависимости значения константы $A$ от значения координаты $z$.

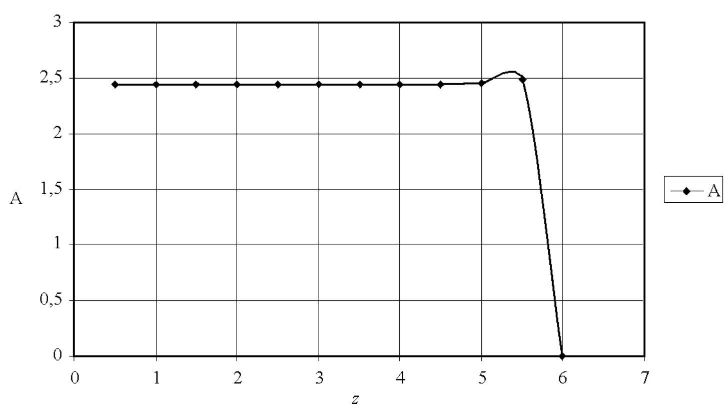


Рис. Зависимость $A(z)$ для эллипсоида с осями $a=b=2$, $c=6$

Особый интерес вызывают точки, близкие к $B$, как видно из формулы (1) и из рис., в этих точках возникает неопределенность вида $0/0$. Для раскрытия неопределенности такого типа воспользуемся правилом Лопиталя. Нам необходимо восстановить функции числителя и функции знаменателя, т. е. найти функции заданного вида $y_1 = f(z)$ и $y_2 = g(z)$ соответственно, которые в заданных точках $z \in [0,\, 2,2]$, $z \in [0,6]$ и $z \in [0,20]$ принимают значения как можно более близкие к значениям, полученным в числителе и знаменателе.

Находя пределы отношения производных двух функций $f(z)$ и $g(z)$, мы найдем значения постоянной $A$ в точках $z = 2,2$, $z = 6$, $z = 20$, они равны соответственно $0,1918675750$, $2,816299874$, $37,46457030$.

Сравним полученные значения с величиной А в этих точках. Для соотношения полуосей $a = b = 2$, $c = 6$ значение величины А равно $2,45$, а значение величины А в точке В равно $2,816299874$, в то же время для соотношения полуосей 1:10 аналогчные значения равны 9,5 и 37,46457030.

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что отклонение величины $A$ в точке $B$ тем больше, чем больше соотношения полуосей, и для соотношения полуосей больше $1 : 3$ фигуру деформации капли в магнитном поле нельзя считать эллипсоидом вращения и применять для расчетов соответствующие формулы.