Г. А. З а к и р о в а (Магнитогорск, МаГУ). **Приближенное решение обратной спектральной задачи с дробной степенью оператора Лапласа.**

В пространстве $L_2(\Pi)$, где Π — заданный N-мерный параллелепипед с объемом V, рассмотрим оператор Лапласа T_0, определенный краевой задачей Неймана:

$$-\Delta v = \lambda v, \qquad \frac{\partial v}{\partial \nu}\bigg|_{\partial\Pi} = 0.$$

Рассмотрим оператор $T = \int_0^\infty \lambda^\beta \, dE(\lambda)$, являющийся степенью оператора T_0, где $E(\lambda)$ — спектральное разложение единицы оператора T_0, $\beta \geqslant 1$, $\lambda^\beta > 0$ при $\lambda > 0$. Очевидно, спектр $\sigma(T)$ оператора T неоднократный. Будем нумеровать упорядоченные по возрастанию собственные числа $\lambda_m = \lambda_{(m_1,m_2,\ldots,m_N)}$ оператора T через λ_t^k, $k = 1,\ldots,\nu_t$, ν_t —кратность собственного числа.

Пусть P — оператор умножения на вещественную функцию $p \in L_2(\Pi)$. При помощи методов теории возмущений, принципа сжимающего оператора получено следующее утверждение.

Теорема. *Пусть $\beta > 3N/4$. Если для комплексной последовательности $\{\xi_t^k\}$ выполняется неравенство*:

$$\sqrt{2^N V}\biggl(\sum_{t=1}^{\infty}{}' \sum_{k=1}^{\nu_t} |\xi_t^k - \lambda_t|^2\biggr)^{1/2} < \frac{r}{2}(1-\omega),$$

где $\omega = \sqrt{2^N} sr < 1$, то существует такой потенциал $p \in L_2(\Pi)$, что для любого $t \in \mathbf{N}$ имеет место $\sum_{k=1}^{\nu_t} \xi_t^k = \sum_{k=1}^{\nu_t} \mu_t^k$, где $\{\mu_t^k\} = \sigma(T+P)$. Штрих у знака суммы означает, что суммирование ведется по тем t, для которых у чисел λ_t все $m_j > 0$.

Введем полную ортонормированную в пространстве $L_2(\Pi)$ систему функций

$$\varphi_t^k(x) = \sqrt{\frac{2^{N+q}}{V}} \prod_{j=1}^{N} \cos\left(\frac{2\pi m_j x_j}{a_j}\right),$$

$m_j \in [0,\infty)$, $j = 1,\ldots,N$, q — число ненулевых индексов в мультииндексе m.

Получена следующая формула для вычисления приближенного решения рассмотренной задачи:

$$\widetilde{p} = \alpha_0 - \sqrt{2^N V} \sum_t \left(\sum_{j\neq t} \sum_{k=1}^{\nu_t} \frac{(\alpha_0 \varphi_t, \varphi_j)^2}{(\lambda_t - \lambda_j)}\right) \varphi_t^k,$$

где $\alpha_0 = (-1)^N \sqrt{2^N V} \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\nu_t} (\xi_t^k - \lambda_t) \varphi_t^k$.

На основе полученных результатов разработана программа, которая по заданной последовательности собственных чисел восстанавливает приближенное возмущение.