П. А. Бакут, Ю. П. Шумилов (Москва, ИПИР). **Статистический синтез алгоритма обнаружения движущего космического объекта при гауссовской модели сигнала с пикселя.**

Рассмотрим матричный приемник, на котором зарегистрирован трек (след) движущегося космического объекта (КО). Пусть в результате экспозиции на элементах матрицы (пикселях) накоплены числа фотоэлектронов n_{ij}. В [1] рассмотрена пуассоновская статистика накопленных фотоэлектронов n в пикселе при заданной плотности мощности падающего света P и времени экспозиции T. При больших $\overline{n}$ (например, $\sqrt{\overline{n}} \geqslant 10$, $\overline{n} \geqslant 100$) распределение стремится к гауссовскому. На интервале времени экспозиции T перемещение объекта можно считать линейным: $\vec{R}_\perp(t) = \vec{R}_\perp + \vec{V}_\perp t$, при этом изображение точечного объекта на матрице будет иметь вид $P_c g(\vec{r} - \vec{R}_\perp - \vec{V}_\perp t)$. Число фотоэлектронов, которые будут считаны с ячейки $\vec{r}_{ij}$, равно $n_{ij} = \overline{n}_{ij} + \xi_{ij} + \xi_{ij\text{сч}}$, где P_c — мощность сигнала, $\vec{R}_\perp$ — угловые координаты КО в картинной плоскости, $\vec{V}_\perp$ — проекция скорости КО на картинную плоскость, ξ_{ij} — дробовой шум, $\xi_{ij\text{сч}}$ — шум считывания, оба — независимые гауссовские шумы с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями: $\overline{\xi_{ij}^2} = \overline{n}_{ij}$, $\overline{\xi_{ij\text{сч}}^2} = \sigma_{\text{сч}}^2$, а $\overline{n}_{ij}$ определяется формулой (1),

$$\begin{aligned}\overline{n_{ij}} &= \left[\frac{\eta P_c}{\hbar\omega_0}\int_0^T\int_\sigma g(\vec{r}_{ij} + \vec{\rho} - \vec{R}_\perp - \vec{V}_\perp t)\,dt\,d\vec{\rho} + \left(\frac{\eta P_\Phi}{\hbar\omega_0} + v_T\right)\sigma T\right] \\ &= v_c \tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp) + n_\Phi + n_T,\end{aligned} \tag{1}$$

где σ — площадь пикселя, η — квантовая эффективность фотодетектора, v_T — интенсивность потока темновых фотоэлектронов, ω_0 — средняя круговая частота в полосе наблюдения, $\hbar = h/(2\pi)$, h — постоянная Планка. Функция

$$\tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp) = \int_0^T\int_\sigma g(\vec{r}_{ij} + \vec{\rho} - \vec{R}_\perp - \vec{V}_\perp t)\,dt\,d\vec{\rho} = \sigma\int_0^T g(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp - \vec{V}_\perp)\,dt$$

представляет собой «размазанное» изображение движущего объекта, или трек и $v_c = P_c\eta/(\hbar\omega_0)$, $n_\Phi = P_\Phi\sigma T\eta/(\hbar\omega_0)$, $n_T = v_T\sigma T$, P_Φ — мощность фона, v_T — интенсивность потока темновых фотоэлектронов. Логарифм отношения правдоподобия:

$$\begin{aligned}\ln\Lambda(X|\vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp, P) &= \frac{1}{2}\sum_{i,j=0}^{N-1}\ln\left(1 + \frac{v_c\tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp)}{\sigma_{\text{ш}}^2}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2\sigma_{\text{ш}}^2}\sum_{i,j=0}^{N-1}\left(\frac{(n_{ij} + \sigma_{\text{сч}}^2)^2 v_c\tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp)}{[v_c\tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp) + \sigma_{\text{ш}}^2]} - v_c\tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp)\right).\end{aligned}$$

Используя те же приближения, что и в [1], но с учетом движения КО, получим

$$\ln\Lambda(X|\vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp, P) = -\frac{M}{2}\left[n_c + \ln\left(\frac{n_c}{\sigma_{\text{ш}}^2} + 1\right)\right] + \frac{1}{2\sigma_{\text{ш}}^2}\frac{n_c}{n_c + \sigma_{\text{ш}}^2}Z(\vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp),$$

где $M = S/\sigma$, S — площадь трека, $\sigma_{\text{ш}}^2 = n_\Phi + n_T + \sigma_{\text{сч}}^2$ и $Z(\vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp) = \sum_{i,j=0}^{N-1}(n_{ij} + \sigma_{\text{сч}}^2)^2\tau(\vec{r}_{ij} - \vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp)$ — это оптимальная обнаружительная статистика, которую нужно максимизировать по параметрам. Сравнение с алгоритмом, синтезированным в предположении пуассоновской статистики [1], проведем по отношению сигнал/шум при $|\vec{V}_\perp| = 0$: $q = (m_{\text{сш}} - m_{\text{ш}})/\sigma_{z\text{ш}}$, где $m_{\text{сш}} = \overline{Z}_{\text{сш}}$, $m_{\text{ш}} = \overline{Z}_{\text{ш}}$, $\sigma_{z\text{ш}}^2 = \overline{(Z_{\text{ш}} - \overline{Z}_{\text{ш}})^2}$. Аппроксимируем пятно рассеяния гауссовской функцией $g(\vec{r}) = \exp\{-\pi\vec{r}^2/S\}$. С учетом нормировки $g(\vec{0}) = 1$, $\int g(\vec{r})\,d\vec{r} = S$ — в данном случае ($|\vec{V}_\perp| = 0$) площадь пятна рассеяния, имеем:

$$q_{\text{пуас}} = \frac{n_c}{\sqrt{2}\sigma_{\text{ш}}}\sqrt{M}, \quad q_{\text{гаус}} = \frac{1}{3\sqrt{2}\sigma_{\text{ш}}}\left(\frac{n_c}{\sigma_{\text{ш}}}\right)^2\sqrt{M}.$$

Отсюда можно сделать выводы об оптимальных пределах использования алгоритмов для различных условий наблюдения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бакут П. А., Выгон В. Г., Шаргородский В. Д., Шумилов Ю. П.* Статистический синтез оптимального алгоритма обнаружения космических объектов при наблюдении в оптическом диапазоне. — Радиотехника и электроника, 2009, т. 54 (в печати).