А. В. К е л л е р (Челябинск, ЮУрГУ). **Численное решение задачи жесткого управления для системы уравнений леонтьевского типа.**

Пусть L и M — квадратные матрицы порядка n, $\det L = 0$, M является L-регулярной (найдется $\lambda \in \mathbf{C}$: $\det(\lambda L - M) = 0$), $\tau \in \mathbf{R}_+$. В пространстве управлений $H^r(\mathbf{U})$, $r \in \{0, 1, \dots, p\}$, выделим замкнутое выпуклое множество H_∂ — множество допустимых управлений.

Рассматривается задача жесткого управления

$$J(v) = \min_{x \in H^1} J(x) = \min_{x \in H^1} \sum_{q=0}^{1} \int_0^\tau \|z^{(q)}(t) - z_0^{(q)}(t)\|^2_{\mathfrak{N}}\, dt \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$ для системы леонтьевского (балансового) типа

$$L\, x(t) = Mx(t) + y(t) + Bu(t), \tag{2}$$

где $z(t) = Cx(t)$ есть фактическое, а $z_0(t)$ — плановое, желаемое наблюдение.

Вектор-функция $u \in H_\partial$, для которой выполняется условие (1), называется *оптимальным управлением*, $\|\cdot\|_{\mathfrak{N}}$ — евклидова норма в пространстве $\mathbf{R}^n$.

В рассматриваемой задаче функционал не содержит управления в явном виде, с экономической точки зрения — это такая необходимость достижения плановых показателей, при которой объем средств для этого незначим.

Для решения задачи (1)–(2) использованы методы фазового пространства и разрешающих групп операторов [1]. Теорема о существовании и единственности решения задачи жесткого управления, минимизирующего функционал, в более общем случае доказана в [2]. Алгоритм численного решения задачи оптимального управления системой леонтьевского типа $L\, x(t) = Mx(t) + y(t) + Bu(t)$ с начальным условием Коши представлен в [3].

В докладе представляется численное решение задачи жесткого управления (1)–(2) для системы леонтьевского типа с начальным условием Коши. Алгоритм решения разобъем на два модуля. На первом находится проекция произвольных начальных условий на фазовое пространство. Для этого решается задача $\|\widetilde{x} - \widetilde{x}_0\|^2 \to \min$, где $\widetilde{x}$ — произвольные начальные условия, а $\widetilde{x}_0$ — проекция начальных условий на фазовое пространство. Эта задача на основе результатов [1] при условии существования M^{-1} сводится к следующей:

$$\left\| (I - P)\widetilde{x}_0 + \sum_{k=0}^{p} (M^{-1}(I - Q)L)^k M^{-1}(I - Q) \frac{d^k}{dt^k}(y(0) + Bu(0)) \right\|^2 \to 0.$$

Основная идея второго модуля заключается в поиске управления в виде многочлена, при котором достигается минимум функционала. Взяв в качестве управления $u(t) = \sum_{i=p+1}^{m} a_i t^i$ и подставив непосредственно в функционал качества, учитывая результаты [1], получим зависимость функционала от коэффициентов многочлена. Введем в рассмотрение $u_m = \Phi_m(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{nm})$, $m \in \mathbf{N}$. Пусть $\widehat{u}_m$ — вектор-функция, обозначающая m-е приближение, при котором достигается минимум функционала. Для этого случая определяются значения параметров $\widehat{a}_{11}, \widehat{a}_{12}, \dots, \widehat{a}_{nm}$, и получаем искомое приближенное решение $\widehat{u} = \Phi(\widehat{a}_{11}, \widehat{a}_{12}, \dots, \widehat{a}_{nm})$.

В докладе приводится пример приложения алгоритма для системы леонтьевского типа, созданного на базе результатов исследований, проведенных для одного предприятия г. Челябинска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sviridyuk G. A.*, *Fedorov V. E.* Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semi-groups of Operators. Utrecht-Boston-Koln-Tokyo: VSP, 2003.
2. *Федоров В. Е.*, *Плеханова М. В.* Задача оптимального управления для одного класса вырожденных уравнений. — Изв. РАН. Теория и системы управления, 2004, № 5, с. 40–44.
3. *Бурлачко И. В.*, *Свиридюк Г. А.* Алгоритм решения задачи Коши для вырожденных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2003, т. 43, № 11, с. 1677–1683.