

А. В. Шаповалов (Москва, ТВП). Свойства случайного неоднородного гиперграфа с неравновероятной выборкой вершин в ребрах.

Случайный гиперграф $MG_{n,M,\bar{c}}$ имеет n вершин v_1, \dots, v_n и $M = M(n)$ ребер, выбираемых последовательно, случайно и независимо. Вероятность того, что ребро состоит из i вершин, равна c_i ($i = 0, 1, \dots, h$, $c_0 + \dots + c_m = 1$, $c_2 + \dots + c_m > 0$), выбор i вершин для такого ребра осуществляется последовательно, случайно и независимо, вершина v_k выбирается с вероятностью $p_k = p_k(n)$, $\varepsilon_1 < np_k < \varepsilon_2$, $k = 1, \dots, n$, $p_1 + \dots + p_n = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \sum_{k=1}^n p_k^2) = \sigma^2$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \sigma^2$ — положительные константы. Пусть $c^* = (\sum_{k=2}^m c_k k(k-1))^{-1}$, $\lambda_l = (c\sigma^2/c^*)^l / (2l)$, $\lambda_l^* = (2cc_2\sigma^2)^l / (2l)$, $l = 1, 2, \dots$, $\lambda = -(1/2) \log(1 - c\sigma^2/c^*)$, $\lambda^* = -(1/2) \log(1 - 2cc_2\sigma^2)$. Обозначим $C_l = C_{l,n}$ и $C_l^* = C_{l,n}^*$ — числа циклов и 2-циклов длины l , $l = 1, 2, \dots$ (2-цикл — цикл, образованный ребрами из двух вершин), $C = C(n)$ и $C^* = C^*(n)$ — общее число циклов и 2-циклов в $MG_{n,M,\bar{c}}$.

Теорема 1. *Со стремящейся к единице при $n \rightarrow \infty$ вероятностью реализации $MG_{n,M,\bar{c}}$ при $M = o(n)$ состоят из гипердеревьев, а при $M \sim cn$, $0 < c < \sigma^{-2}c^*$ — из гипердеревьев и компонент с одним циклом.*

Теорема 2. *Если $M \sim cn$, $c > 0$, $n \rightarrow \infty$ и l_1, \dots, l_t — различные натуральные числа, то распределения случайных величин $(C_{l_1}, \dots, C_{l_t})$ и $(C_{l_1}^*, \dots, C_{l_t}^*)$ сходятся к многомерному распределению Пуассона с параметрами $\lambda_{l_1}, \dots, \lambda_{l_t}$ и $\lambda_{l_1}^*, \dots, \lambda_{l_t}^*$, а при $0 < c < \sigma^{-2}c^*$ распределения C и C^* сходятся к распределению Пуассона с параметрами λ и λ^* .*

Теорема 3. *Со стремящейся к единице при $n \rightarrow \infty$ вероятностью реализации $MG_{n,M,\bar{c}}$ при $M = o(n^{1-1/l})$ не имеют гипердеревьев с l ребрами, а при $M/n^{1-1/l} \rightarrow \infty$ число гипердеревьев с l ребрами стремится к бесконечности.*

Случайные графы и гиперграфы используются в исследованиях случайных систем уравнений (см. [2], [3]) при $c_2 = 1$ цикловая структура $MG_{n,M,\bar{c}}$ изучена в [1], [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колчин В. Ф., Хохлов В. И. О числе циклов в случайном неравновероятном графе. — Дискретн. матем., 1990, т. 2, в. 3, с. 137–145.
2. Колчин В. Ф. Случайные графы. М.: Физматлит, 2000.
3. Шаповалов А. В. Пороговые функции совместности случайных систем уравнений. — Труды по дискретной математике, 2006, т. 9, с. 377–400.