

С. Э. Воробейчиков, Т. В. Кабанова (Томск, ТГУ). **Последовательная оценка параметра процесса авторегрессии первого порядка при наличии мешающего параметра.**

В работе, представленной данным сообщением, предлагается модификация последовательной процедуры оценивания параметра авторегрессии с неизвестным средним значением шумов, позволяющая уменьшить влияние постоянного слагаемого в модели и тем самым сократить объем наблюдений, требуемый для достижения заданной точности процедурами, предлагавшимися ранее.

Рассматривается скалярный процесс авторегрессии первого порядка, описываемый уравнением

$$x_{n+1} = a + \lambda x_n + \xi_{n+1}, \quad n \geq 0, \quad (1)$$

где $\{\xi_n\}_{n \geq 0}$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с $\mathbf{M} \xi_n = 0$, $\mathbf{M} \xi_n^2 = 1$, $n \geq 0$, a, λ ($|\lambda| < 1$) — неизвестные параметры модели. Задача состоит в оценивании параметра λ при наличии мешающего параметра a .

Предлагается использовать следующую последовательную оценку:

$$\hat{\lambda}(\tau) = \frac{1}{H} \sum_{n=1}^{\tau} c_n \alpha_n (x_{n+1} - m_2 n)(x_n - m_1 n), \quad \text{где } m_1 n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{\tau} x_i, \quad m_2 n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i+1}. \quad (2)$$

Момент остановки определяется соотношением

$$\tau = \tau(H) = \inf \left\{ N > 0 : \sum_{n=1}^N c_n (x_n - m_1 n)^2 \geq H \right\}. \quad (3)$$

Элементы числовой последовательности $\{c_n\}_{n \geq 1}$: $c_n = n^{-\beta}$, $n \geq 1$, $0 < \beta \leq 1$. Все элементы последовательности $\{\alpha_n\}$ при $1 \leq n < r$ равны 1, а последний — α_r — выбирается из условия $\sum_{n=1}^r c_n \alpha_n (x_n - m_1 n)^2 = H$.

Теорема. Для любого положительного порога H среднеквадратическое отклонение оценки $\hat{\lambda}(\tau)$, определенной в (2) с моментом остановки (3), равномерно ограничено, $\mathbf{M} (\hat{\lambda} - \lambda)^2 \leq 2(1 + 2\beta)/(H\beta) = C$.

Было проведено численное моделирование процесса (1) при различных значениях параметров. В таблице приведены результаты моделирования: полученные оценки для различных значений параметров a и λ , а также количество наблюдений, необходимых для получения требуемой точности $C = 0,06$. Параметры процедуры $\beta = 0,25$, $H = 200$.

a	λ	$\hat{\lambda}$	N
0	0,2	0,204	811
0	0,7	0,692	361
3	0,2	0,191	775
3	0,7	0,719	313
-7	0,2	0,198	685
-7	0,7	0,702	383
10	0,2	0,195	731
10	0,7	0,699	359

Как видно из таблицы, предложенная процедура обеспечивает хорошее качество оценивания, оставаясь нечувствительной к изменениям мешающего параметра a .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09-08-00595а.