

И. Н. М а с л я к о в а (Москва, РЭА). **Рекуррентное оценивание уровня знаний обучаемого при непрерывном показателе качества выполнения заданий.**

Рассматривается задача определения уровня знаний обучаемого по результатам последовательного выполнения обучаемым тестовых заданий, когда правильность ответа характеризуется непрерывным показателем качества. Предполагается, что обучаемому последовательно предъявляются задания z_1, z_2, \dots, z_n различного уровня сложности $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$. Показатель уровня сложности задания является непрерывной величиной $\omega \in [0, 1]$. Уровень знаний обучаемого характеризуется показателем $\theta \in [0, 1]$. Ответ на задание оценивается непрерывным показателем качества ответа $w \in [0, 1]$.

Необходимо найти оценку θ^* параметра θ_0 , характеризующего уровень знаний обучаемого.

Для построения процедуры оценивания будем предполагать, что ожидаемое качество ответа w на задание с уровнем сложности ω при уровне знаний обучаемого θ определяется функцией $F(\omega, \theta)$.

Функция ожидаемого качества ответа обладает следующими свойствами: $F(\theta_1, \omega) \leq F(\theta_2, \omega)$ при $\theta_1 \leq \theta_2$, т. е. чем выше уровень знаний обучаемого, тем выше ожидаемое качество ответа; $F(\theta, \omega_2) \leq F(\theta, \omega_1)$ при $\omega_1 \leq \omega_2$, т. е. чем выше сложность задания, тем ниже ожидаемое качество ответа.

Оценку θ^* параметра θ_0 будем определять из условия минимума средних эмпирических потерь: $\theta^* = \arg \min_{\theta} n^{-1} \sum_{j=1}^n \Phi(w_j - F(\omega_j, \theta))$.

Получены рекуррентные соотношения для оценки уровня знаний для функции потерь Φ произвольного вида. Для случая квадратичной функции потерь они имеют следующий вид:

$$\theta_{n+1}^* = \theta_n^* = \left[\sum_{j=1}^{n+1} \frac{\partial F(\omega_j, \theta_n^*)}{\partial \theta_n^*} \right]^{-1} \frac{\partial F(\omega_{n+1}, \theta_n^*)}{\partial \theta_n^*} (w_{n+1} - F(\omega_{n+1}, \theta_n^*)).$$

Следует отметить, что в силу нелинейности функции ожидаемого качества ответа $F(\omega, \theta)$ рекуррентная оценка зависит не только от результата $(n+1)$ -го наблюдения, но и от уровня сложности заданий в предыдущих наблюдениях. Однако оценка θ_{n+1}^* не зависит от результатов обучаемого, полученных до $(n+1)$ -го наблюдения.