В. И. С е д е н к о, **С. А. П а л а м а р ч у к** (Ростов-на-Дону, РГЭУ «РИНХ»). **О слабых решениях трехмерных уравнений Навье–Стокса пространственных течений вязкой несжимаемой магнитной жидкости.**

В работе, представленной данным сообщением, излагаются результаты, аналогичные описанным в [I].

Скорость $v(\mathbf{x},t)$, магнитное поле $B(\mathbf{x},t)$ и давление $p(\mathbf{x},t)$, $(\mathbf{x},t)\in\mathbf{R}^3\times\mathbf{R}$, течения вязкой несжимаемой магнитной жидкости удовлетворяют системе уравнений Навье–Стокса

$$\frac{\partial v}{\partial t}+(v,\nabla)v-\gamma\Delta v=-\nabla p+[\operatorname{rot}B,B]+F,\quad \operatorname{div}_{\mathbf{x}}v=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t}=\operatorname{rot}[v,B]+\gamma\Delta B,\quad \operatorname{div}_{\mathbf{x}}B=0, \tag{2}$$

где $F(\mathbf{x},t)$, $(\mathbf{x},t)\in\mathbf{R}^3\times\mathbf{R}$ — массовые силы. Скорость $v(\mathbf{x},t)$ и магнитное поле $B(\mathbf{x},t)$ удовлетворяют условию убывания на бесконечности

$$v(\mathbf{x},t)\to 0,\quad B(\mathbf{x},t)\to 0,\quad |\mathbf{x}|\to\infty \tag{3}$$

и начальным условиям

$$v(\mathbf{x},0)=v_0(\mathbf{x}),\quad B(\mathbf{x},0)=B_0(\mathbf{x}),\qquad \mathbf{x}\in\mathbf{R}^3. \tag{4}$$

Теорема 1. *Пусть* $v(\mathbf{x},t),B(\mathbf{x},t)\in C^{3,1}(\mathbf{R}^3\times[0,t_f])$. *Тогда для любого* $\varepsilon>0$ *имеет место следующая априорная оценка*:

$$\begin{aligned}\Big(\|v\|_{L^{2,0}_{4/3-\varepsilon,4/3-\varepsilon}(\mathbf{R}^3\times[0,t_f])}\Big)^{4/3-\varepsilon}&+\Big(\|B\|_{L^{2,0}_{4/3-\varepsilon,4/3-\varepsilon}(\mathbf{R}^3\times[0,t_f])}\Big)^{4/3-\varepsilon}\\ \leqslant\sigma\Big(\|v_0\|^2_{L_2(\mathbf{R}^3)}&+\|B_0\|^2_{L_2(\mathbf{R}^3)}+\|\operatorname{rot}v_0\|_{L_1(\mathbf{R}^3)}\\ &+\|\operatorname{rot}B_0\|_{L_1(\mathbf{R}^3)}+\|F\|^2_{L_2(\mathbf{R}^3\times[0,t_f])}+\|\operatorname{rot}F\|_{L_1(\mathbf{R}^3\times[0,t_f])}\Big).\end{aligned} \tag{5}$$

Введя обобщенные решения рассмотренной начально-краевой задачи так же, как это было сделано в [2], [3], при помощи методов, использованных при доказательстве теоремы 1, получим следующее утверждение.

Теорема 2. *Пусть* $v_0,B_0\in L_2(\mathbf{R}^3)$, $\operatorname{rot}v_0,\operatorname{rot}B_0\in L_1(\mathbf{R}^3)$. *Тогда существуют обобщенные решения* $v_0,B\in L^{2,0}_{4/3-\varepsilon,4/3-\varepsilon}(\mathbf{R}^3\times[0,t_f])$ *начально-краевой задачи* (1)–(4), *удовлетворяющие оценке* (5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Седенко В. И.* Слабые решения трехмерных уравнений Навье–Стокса, обладающих дополнительной гладкостью. — Изв. ВУЗов. Сев.-Кавк. регион. Естественные науки, 2000, № 2, с. 10–14
2. *Hopf E.* Über die Anfangswertaufgabe für die hydrodynamischen Grundgleichungen. — Math. Nachr., 1950–1951, v. 4, p. 213–231.
3. *Förste I.* Existenz einer Lösung der magneto-hydrodynamischen Gleichungen für inhomogene Flússing Reiten. — Math. Nachr., 1977, v. 79, p. 25–35.