А. Е. Д ы х н о в, Е. А. Б о г о н о с (Челябинск, ЮУрГУ). **Алгоритм доминирования смешанной стратегии из длинных рядов платежной матрицы.**

Полагаем, что элементы платежной матрицы A: $a_{ij} > 0$, $i \in M = \{1, \ldots, m\}$, $j \in N = \{1, \ldots, n\}$; $m \geqslant n$; $\mathbf{a}_i^{\mathrm{T}}$ — i-я строка A. Центральный луч: $\lambda \mathbf{w}^T = (\lambda, \ldots, \lambda) \in \mathbf{R}^n$, $\lambda > 0$. Доминирование чистыми стратегиями выполнено [1]. Нет рядов из одинаковых элементов.

Если некоторые столбцы A не активны [1, с. 37], то либо отсутствует центральная грань выпуклого многогранника (ЦГВМ) для $\mathbf{a}_i$, $i \in M$, либо имеется ЦГВМ, но с коэффициентами разного знака. Начинаем с поиска отделения $\mathbf{a}_i$, $i \in M$, от луча $\lambda \mathbf{w}$, или отделения сечений $\mathbf{t}_i = \mathbf{a_i}/\overline{a} - \mathbf{w}$ от $\mathbf{0}$. Так как $\mathbf{w}^T \mathbf{t_i} \equiv 0$, линейно отобразим $\mathbf{a}_i$ в $\mathbf{z}_i \in \mathbf{R}^{n-1}$.

Алгоритм отделения: $\mathbf{z}_* = z_1'$ при $k = 1$. Пусть при $1 \leqslant k < n-1$ найдена $\mathbf{z}_*$ — выпуклая линейная комбинация (ВЛК) z_i', $i \in K = \{1, \ldots, k\}$; $\mathbf{z}_*^T z_i' = \mathbf{z}_*^T \mathbf{z}_*$. Если $\alpha(\mathbf{z}) = \mathbf{z}_*^T (\mathbf{z} - \mathbf{z}_*) \geqslant 0$ для всех z_i, то найдена наиболее удаленная от центрального луча отделяющая гиперплоскость. При $\alpha(z_{k+1}') < 0$ ищем $\zeta = \sum_{i=1}^{k+1} \theta_i z_i'$ из условий: $\sum_{i=1}^{k+1} \theta_i = 1$, $\zeta^T (z_i' - z_{i+1}') = 0$, $i \in K$. Удаляем z_i' с $\theta_i \leqslant 0$ и корректируем k и $\mathbf{z}_*$. При $\mathbf{z}_* = 0$ найдено центральное линейное многообразие для z_i', $i \in K$. При $k = n-1$ и $\alpha(z_n') < 0$ ищем θ_i из условий: $\sum_{i=1}^n \theta_i = 1$, $\sum_{i=1}^n \theta_i z_i' = \mathbf{0}$. Если $\theta_i \geqslant 0$, $i \in N$, то переходим к поиску ЦГВМ.

В основном случае: x_i', $i \in N$, уравнение гиперплоскости имеет вид: $f(x) = \det (x - x_1' | x_2' - x_1' | \ldots | x_n' - x_1') = 0$. Если $\varphi(\mathbf{a}_i) = f(\mathbf{a}_i)/f(\mathbf{0}) \geqslant 0$ для всех $\mathbf{a}_i$, то ЦГВМ найдена. При $\varphi(x_\nu') < 0$ вершину x_ν' вводим вместо x_n' при условии: $c = (z_i' | \ldots | z_{n-1}')^{-1} z_\nu' < \mathbf{0}$, иначе вместо x_i', где i: $\max\{c_i/\theta_i\}$.

Разные знаки коэффициентов уравнения отделяющей гиперплоскости (или ЦГВМ) — признак доминирования ВЛК части столбцов A над ВЛК остальных столбцов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А.* Теория игр. М.: Высшая школа, Книжный дом «Университет», 1998, 304 с.