Л. С. Оганян, **А. Б. Зинченко**, **Г. Г. Мермельштейн** (Ростов-на-Дону, ЮФУ). **Кооперативные игры с условиями дискретности.**

Кооперативные тенденции, характерные для современных социально-экономических процессов, повышают прикладное значение кооперативных игр, которые помогают выделить выгодные коалиции и «справедливо» распределить прибыль (полезность, выгоду). В докладе исследуется влияние условий дискретности на свойства решений игры, условия их существования, соотношения между решениями. Рассматриваются целочисленные игры $G_Z = (N, \nu_Z)$, где $N = \{1, \dots, n\}$, $\nu_Z\colon 2^N \to Z$, и дискретные игры G_{ZZ} (целочисленная функция ν_Z, целочисленные дележи). G_{ZZ} формально можно записать как НТП-игру (N, V_Z), где $V_Z(S) = \{x \in Z^S | x(S) \leqslant \nu_Z(S)\}$, $S \subseteq N$, но результаты НТП-теории не применимы к дискретным множествам $V_Z(S)$.

Все свойства классической кооперативной игры $G = (N, \nu)$, $\nu\colon 2^N \to R$, выполняются также для G_Z. Целочисленность ν_Z приводит к специальной структуре множеств, характеризующих игру. Доказывается, что множество дележей $I(G_Z)$, множество двойственных дележей $I^*(G_Z)$, множество Вебера $W(G_Z)$ и CC-ядро $CC(G_Z)$ игры G_Z есть целочисленные многогранники, а C-ядро $C(G_Z)$ и D-ядро $D(G_Z)$ могут не иметь ни одной целочисленной крайней точки. Справедливы вложения $C(G_Z) \subseteq D(G_Z) \subseteq CC(G_Z)$. Если $D(G_Z) \neq \varnothing$ и $\nu_Z(S) + \sum_{i \in N \setminus S} \nu_Z(i) \leqslant \nu_Z(N)$, $S \subset N$, то $C(G_Z) = D(G_Z)$. Если $C(G_Z) \neq D(G_Z)$, то $C(G_Z) = \varnothing$.

В литературе нет однозначного определения множеств, связанных с дискретной игрой. Мы определяем $I(G_{ZZ})$, $I^*(G_{ZZ})$, $W(G_{ZZ})$, $CC(G_{ZZ})$, $C(G_{ZZ})$ как пересечения соответствующих множеств игры G_Z и целочисленной решетки Z^N, полагаем $D(G_{ZZ}) = I(G_{ZZ}) \setminus \operatorname{dom} I(G_{ZZ})$. Доказываем, что $C(G_{ZZ}) \subseteq CC(G_{ZZ})$ и $C(G_{ZZ}) \subseteq D(G_{ZZ})$, но существуют игры G_{ZZ}, в которых $D(G_{ZZ}) \supset CC(G_{ZZ})$. Даже выпуклость ν_Z (более сильное, чем приведенное выше условие) не обеспечивает равенства $C(G_{ZZ}) = D(G_{ZZ})$. Если $C(G_{ZZ}) \neq D(G_{ZZ})$, то возможно $C(G_{ZZ}) \neq \varnothing$. $W(G_{ZZ}) \neq \varnothing$ для любой игры G_{ZZ}. $I(G_{ZZ})$, $I^*(G_{ZZ})$ и $CC(G_{ZZ})$ существуют тогда и только тогда, когда существуют соответствующие множества игры G_Z. Если $C(G_{ZZ}) \neq \varnothing$, то сбалансирована игра G_Z, если $D(G_{ZZ}) \neq \varnothing$, то сбалансирована вспомогательная игра $(N, \overline{\nu}_z)$, где $\overline{\nu}_z(N) = \nu_z(N)$, $\overline{\nu}_Z(S) = \nu_Z(S) - |S| + 1$, $S \subset N$. Получены достаточные условия непустоты C-ядра дискретной игры и выделены классы реальных экономических моделей, удовлетворяющих этим условиям.