

М. М. М у с и н (Москва, МГУ). **Статистический тест для графа преимущественного присоединения.**

Область случайных графов со степенным распределением степеней вершин активно развивается в последнее десятилетие. Одной из ключевых моделей данных графов является граф *преимущественного присоединения*. Мы получили статистический тест для верификации модели графа преимущественного присоединения, основанный на работе [1] и величине среднего диаметра, использованной в работе [2]. Отметим, что данное исследование проводится в русле работ по верификации моделей графов со степенным распределением степеней вершин, выделенным в работе [3].

О п р е д е л е н и е 1 (ср. [1]). Пусть m — натуральное число. Для $m = 1$ зададим граф преимущественного присоединения G_1^n по индукции. Для $n = 1$ пусть G_1^1 состоит из одной вершины и одной петли. При $n = 2, 3, \dots$ граф G_1^n получается из графа G_1^{n-1} добавлением вершины номер n и ребра между ней и вершиной со случайным номером t_n , имеющим распределение

$$\mathbf{P} \{t_n = l\} = \begin{cases} d_l^n / (2n - 1), & 1 \leq l \leq n - 1, \\ 1 / (2n - 1), & l = n, \end{cases}$$

где d_l^n обозначает степень вершины номер l в графе G_1^{n-1} . Для $m = 2, 3, \dots$ граф G_m^n получается из графа G_1^{mn} объединением вершин $1, 2, \dots, m$ графа G_1^{mn} в вершину 1 графа G_m^n , вершин $m + 1, m + 2, \dots, 2m$ в вершину 2 и т. д.

О п р е д е л е н и е 2 (ср. [2]). *Средним диаметром* $\text{AvgDiam}(G)$ называется расстояние между двумя вершинами графа G , выбранными случайно и равновероятно.

Пусть H_0 — гипотеза о совпадении распределения данного случайного графа G с распределением графа преимущественного присоединения G_m^n .

Теорема. *Для $m, n > 3$ и уровня значимости α имеет место следующая оценка:*

$$\mathbf{P} \left\{ \text{AvgDiam}(G) < \frac{\ln n}{\ln \ln n} - b(m, n, \alpha) \mid H_0 \right\} \leq \alpha,$$

где

$$b(m, n, \alpha) = \left(\ln \ln n + \frac{2 \ln(4m)}{\ln \ln n} \ln n - 2 \ln \frac{\alpha}{4} \right) \frac{1}{\ln \ln n + 2 \ln(4m)}.$$

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 07-01-00373.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bollobas B., Riordan D.* The diameter of a scale-free random graph. — *Combinatorica*, 2004, v. 24, № 1, p. 5–34.
2. *Kumar R., Novak J., Tomkins A.* Structure and evolution of online social networks. — In: *Proceedings of the 12th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. N.Y.: ACM, 2006, p. 611–617.
3. *Mitzenmacher M.* The future of power law research. — *Internet Math.*, 2006, v. 2, № 4, p. 552–534.