А. И. Кононова, В. М. Трояновский (Москва, МИЭТ). Выделение зон и особых точек в пространстве состояний нелинейной динамической системы.

Среди многочисленных методов исследования поведения нелинейных систем [1], [2] особое внимание привлекает их анализ в пространстве состояний. Это объясняется, в первую очередь, наглядностью такого представления.

Зачастую с одного взгляда на картину такого поля можно выявить зоны с малым или почти равномерным изменением параметров, зоны зацикливания, вихреобразного схождения и расхождения траекторий и т. п. (Наглядный пример здесь дают карты метеорологических прогнозов).

Привлечение компьютерной техники и алгоритмических методов анализа позволяет по-новому взглянуть на круг таких проблем.

Известно [3], что траектории в векторном поле стремятся к особым точкам поля или циклическим траекториям (или исходят из них), причем притягивающую особую точку или притягивающий цикл называют аттрактором, и если траектория уходит в бесконечность, то вводят понятие аттрактора в бесконечно удаленной точке. Различают до шести типов невырожденных особых точек, а также вырожденные особые точки. Разнообразие поведения траекторий вблизи особых точек и их дальнейшее перетекание к другому аттрактору определяет многообразие зон в пространстве траекторий.

В простейшем случае двумерного поля, имеющего две особые точки — отталкивающий и притягивающий узлы, пространство траекторий превращается в поле диполя, траектория между этими точками — прямая, а кривизна траекторий по разные стороны от этой прямой имеет разные знаки (именно это различие в изображении поля и улавливает зрение человека, а «свободное плавание» по такому полю относит изображающую точку вблизи отталкивающего узла в ту или иную сторону от линии кратчайшего пути в зависимости от выбора начального смещения).

Именно это обстоятельство позволяет разработать алгоритм поиска границ секторов с различным поведением траекторий.

Для задачи Колмогорова (см, например, [2]) с некоторыми параметрами удалось построить разграничительные линии, исходящие из особых точек или входящие в особые точки, в том числе и вырожденные.

Это дает основание предположить, что использование подобного алгоритмического подхода позволит искать разграничительные линии и в более сложных случаях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза М.: Издательская группа URSS 2006, 240 с.
- 2. *Леонов Г. А.* Эффективные методы поиска периодических колебаний в динамических системах. Пленарные доклады международной мультиконференции «Теория и системы управления» Москва 26–30 января 2009. М.: ИПУ РАН, 2009, с. 47–87.
- 3. *Арнольд В. И.*, *Ильяшенко Ю. С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: ВИНИТИ, 1985, т. 1, 149 с.