А. В. Чикуров, **Т. Г. Умергалин**, **З. М. Искакова** (Уфа, УГНТУ). **О применения дискретного принципа максимума Понтрягина к решению задачи оперативного управления на предприятиях нефтепереработки и нефтехимии .**

В процессе производства нефтехимическому предприятию приходится сталкиваться с рядом возмущающих воздействий (изменения планового задания, состава и количества сырья, выход из строя отдельных установок и др.), что приводит к необходимости оперативного управления [1].

В условиях изменения потребности в отдельных видах продукции и требований к их составу возникает необходимость перераспределения внутренних потоков завода, т. е. изменение коэффициентов отборов продуктов, получаемых на технологических установках. Для решения подобной задачи обычно используют методы линейного программирования. Однако в этом случае модель оперативного управления упрощенно принимается линейной, и математические описания отдельных технологических процессов представляются в виде линейных зависимостей, связывающих количественные и качественные показатели потоков на входе и выходе с управляющими воздействиями.

Более точные математические модели являются нелинейными, т. е. имеет место многомерная нелинейная задача оптимального управления. Предлагается использовать дискретный принцип максимума Понтрягина для определения оптимальной стратегии управления разделением внутренних потоков с целью получения продуктов заданного количества и качества.

Рассматриваемая ХТС (общая схема завода) представляется в виде ориентированного графа $G(V,E)$ — материально-потокового графа, дуги которого соответствуют материальным потоками между установками. Считаем, что система находится в стационарном режиме. Рассмотрим простейший случай, когда не предъявляется требований к составу получаемой продукции, т. е. оптимизируемыми переменными являются только величины расходов внутренних потоков X. Известны сырьевые потоки X^{feed}, заданы требуемые продуктовые потоки $X^{\mathrm{prod}*}$. (иными словами известны истоки и стоки материально-потокового графа).

Условимся также, что граф не содержит циклов (соответствующая технологическая схема не содержит рециклических потоков). В этом случае можно легко определить вычислительную последовательность расчета системы (ВПРС) [3]. ВПРС необходима для задания начального распределения потоков (если оно уже не задано), причем коэффициенты разделения α можно принимать произвольным образом (при выполнения условия $\sum \alpha = 1$ для каждого узла).

Далее рассмотрим граф $F(V,\overline{E})$, вершины которого совпадают с вершинами исходного, а дуги ориентированы противоположно дугам исходного графа. Назовем этот граф *сопряженным* по отношению к исходному. Для него также будем определять величины потоков λ, соответствующих каждой дуге. Очевидно, что стоки сопряженного графа соответствуют истокам исходного и наоборот. При этом величины входящих в сопряженный граф потоков определяются из условия трансверсальности:

$$\lambda^{\mathrm{feed}} = X^{\mathrm{prod}*} - X^{\mathrm{prod}}, \tag{1}$$

где X^{prod} — текущие значения выходящих потоков (стоков) исходного графа.

Последовательность расчета узлов сопряженного графа будет обратной ВПРС исходного графа.

Далее можно найти λ для остальных дуг сопряженного графа, учитывая соотношения между потоками в исходном графе. Рассмотрим некоторый j-й узел, который имеет в сопряженном графе m выходов и n входов. Для него выходящие потоки рассчитываются по следующей формуле:

$$\lambda_i^{\text{out}} = \sum_{k=1}^{m} \frac{x_i^{\text{in}}}{x_k^{\text{out}}} \cdot \lambda_k^{\text{in}}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{2}$$

Применим дискретный принцип максимума. Каждый j-й узел исходного графа описывается вектором входящих потоков $X_{(j)}^{\text{in}}$ и вектором выходящих потоков $X_{(j)}^{\text{out}}$, вектором управляющих воздействий (коэффициентов разделения) $\alpha_{(j)}$. Математическое описание узла имеет вид:

$$X_{(j)}^{\text{out}} = f(X_{(j)}^{\text{in}}, \alpha_{(j)}). \tag{3}$$

Очевидно, что в рассматриваемом случае функция f линейна. Для сопряженного графа математическое описание каждого узла определяется по формуле (2).

Для каждого узла можно рассчитать значение функции Гамильтона–Понтрягина:

$$H_{(j)} = \sum_{i=1}^{m} x_i^{\text{out}} \cdot \lambda_i^{\text{in}}. \tag{4}$$

Значение функции $H_{(j)}$ определяется для текущих значений x_i и λ_i и для некоторых близких значений x_i (игольчатое возмущение коэффициентов разделения α).

Число возможных вариантов варьирования управляющих переменных α зависит от числа выходов, которое имеет данный узел. Будем считать, что вне зависимости от общего числа выходов узла, один из выходящих потоков увеличивается на некоторую величину Δx (уменьшающуюся на каждом шаге), а другой уменьшается на ту же величину. При этом все прочие выходящие потоки узла остаются неизменными. Каждый такой вариант изменения назовем *простейшей стратегией управления* узла. Очевидно, что более сложные варианты могут быть представлены как суперпозиции простейших стратегий управления. Число простейших стратегий для узла, имеющего m выходов равно:

$$S = A_m^2 = \frac{m!}{(m-2)!} \tag{5}$$

Из всех полученных для данного узла значений H выбираем наибольшее. Согласно принципу максимума ему соответствует оптимальная стратегия управления для данного узла (обеспечивающая получение необходимого количества продуктов на выходе системы).

Затем осуществляется коррекция потоков в соответствии с выбранной оптимальной стратегией управления, и вся процедура повторяется вновь до получения необходимого количества продуктовых потоков или достижения Δx некоторой предельного малого значения ε.

Заметим, что задача в общем случае имеет неединственное решение и конкретная схема распределения, которую дает описанный алгоритм зависит от начального распределения потоков в исходном графе.

Очевидно, что для сопряженного графа величины потоков могут оказаться и отрицательными величинами. В силу линейности функции H об оптимальном выборе управления для данного узла можно судить по знаку λ: отрицательное значение λ указывает на избыток в соответствующем потоке исходного графа, положительное — на недостаток.

Из условия трансверсальности (1) видим, что модуль λ указывает на величину избытка (недостатка) расхода соответствующего потока относительно оптимального распределения. При осуществлении коррекции распределения на основе оптимальной стратегии управления следует учитывать, что величина Δx не может быть одинаковой для каждого узла, в противном случае возможно обнуление (или даже получение отрицательных значений) некоторых X. В общем случае коррекция значений X осуществляется по формуле:

$$X^{(p+1)} = X^{(p)} + \Delta x \cdot \xi(|\lambda|) \tag{6}$$

где p — номер шага; ξ — некоторая функция, устанавливающая зависимость между модулем λ и величиной необходимой коррекции X. Описанный алгоритм может быть использован при решении более сложных задач, когда предъявляются требования не только к количеству продуктов, но и к их качеству.

Кроме того, определенную сложность представляет наличие в графе циклов, что приводит к необходимости итерационного расчета материального баланса системы.

Реализация алгоритма поиска оптимального распределения потоков в виде конкретного программного продукта может быть использована диспетчером завода для корректировки текущего распределения внутренних потоков в соответствии с изменением производственного плана. Подобный программный продукт в качестве исходных данных будет общую схему завода (в виде материально-потокового графа) и текущее распределение потоков. Результатом вычислений может быть та же схема с числовой и цветовой индикацией избытка (недостатка) различных компонентов в каждом потоке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абдуллаев А. А., Алиев Р. А., Уланов Г. М.* Принципы построения автоматизированных систем управления промышленными предприятиями с непрерывным характером производства. М.: Энергия, 1975.
2. *Пропой А.И.* Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М.: Наука, 1973. Химико-технологические системы. Синтез, оптимизация и управление./ Под ред. И. П. Мухленова Л.: Химия, 1986.