

А. В. Анкилов (Ульяновск, УлГТУ). **Исследование динамической устойчивости упругих пластин при дозвуковом режиме обтекания.**

В работе, представленной данным сообщением, исследуется динамика и устойчивость упругих пластин с учетом взаимодействия с потоком идеального газа (жидкости). Определение устойчивости упругой пластины соответствует концепции устойчивости динамических систем по Ляпунову.

Разработаны аналитические методики исследования динамической устойчивости пластин, основанные на построении функционалов. Исследование динамики элементов проводится при помощи разработанных численно-аналитических методов.

Изучается устойчивость пластин при различных способах их закрепления. Скорости движения газа предполагаются дозвуковыми.

Для примера приведем в линейной постановке плоскую задачу аэрогидроупругости о малых колебаниях, возникающих при бесциркуляционном обтекании пластины потоком газа. Пусть на плоскости xOy , в которой происходят совместные колебания упругой пластины и газа, пластине соответствует на оси Ox отрезок $[0, l]$. В бесконечно удаленной точке скорость газа равна V и имеет направление, совпадающее с направлением оси Ox . Введем обозначения: $w(x, t)$ — деформация пластины, $\varphi(x, y, t)$ — потенциал скорости возмущенного потока газа. Тогда математическая постановка задачи имеет вид

$$\Delta\varphi \equiv \varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0, \quad (x, y) \in G = \mathbf{R}^2 \setminus [0, l],$$

$$\varphi_y^\pm(x, 0, t) = \lim_{y \rightarrow \pm 0} \varphi_y(x, y, t) = w_t(x, t) + Vw_x(x, t), \quad x \in [0, l],$$

$$|\nabla\varphi|_\infty^2 \equiv (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_t^2)_\infty = 0,$$

$$\begin{aligned} L(w) \equiv & Dw_{xxxx}(x, t) + Mw_{tt}(x, t) + Nw_{xx}(x, t) + \beta_0 w(x, t) + \beta_1 w_t(x, t) \\ & + \beta_2 w_{xxxxt}(x, t) = \rho(\varphi_t^+ - \varphi_t^-) + \rho V(\varphi_x^+ - \varphi_x^-), \quad x \in (0, l). \end{aligned}$$

Применяя для решения плоской задачи аэрогидромеханики методы теории функций комплексного переменного, решение поставленной задачи аэрогидроупругости можно свести к исследованию интегро-дифференциального уравнения в частных производных для неизвестной функции $w(x, t)$ деформации пластины:

$$L(w) = -\frac{2\rho}{\pi} \int_0^l (w_{tt}(\tau, t) + Vw_{\tau t}(\tau, t)) K(\tau, x) d\tau - \frac{2V\rho}{\pi} \int_0^l (w_t(\tau, t) + Vw_\tau(\tau, t)) \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} d\tau,$$

$$x \in (0, l), \quad K(\tau, x) = \ln |\sqrt{x(l-\tau)} + \sqrt{\tau(l-x)}| - \ln |\sqrt{x(l-\tau)} - \sqrt{\tau(l-x)}|, \quad \tau \neq x,$$

для которого: 1) построен функционал типа Ляпунова и на основании его исследования получены условия динамической устойчивости; 2) на основании метода Галеркина ($w(x, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t)g_i(x)$) проведено исследование динамики и получена численно область устойчивости приближенных решений для конкретных значений параметров механической системы; 3) проведено сравнение численных и аналитических расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09-01-97005-р_поволжье_а.