Б. М. Гуревич (Москва, МГУ, ИППИ РАН). **Энтропия простейшей модели транспортного потока.**

Простейшая однолинейная модель транспортного потока с дискретным временем задается преобразованием T пространства $X = \{0,1\}^{\mathbf{Z}} = \{x\colon \mathbf{Z} \to \{0,1\}\}$, определяемым равенством

$$(Tx)(i) = \begin{cases} 1, & \text{если } x(i) = x(i+1) = 1 \text{ или } x(i-1) = 1 - x(i) = 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Символ 1 интерпретируется здесь как частица, символ 0 — как пустота; за один шаг каждая частица переходит в соседнюю справа точку решетки, если она пуста, а в противном случае остается на месте. Изучению этой модели, представляющей собой клеточный автомат, посвящена обширная литература, в значительной своей части — физического характера (см., например, [1], [2]). Белицкий и Феррари [3] предложили описание T-инвариантных вероятностных мер (в том числе и не являющихся трансляционно инвариантными), которое, однако, не позволяет непосредственно судить об их энтропии (относительно T). Что касается топологической энтропии, то для ее вычисления достаточно ограничиться T-эргодическими мерами, которые, как известно, сосредоточены на непересекающихся T-инвариантных множествах. Для всякого $p \in [0,1]$ обозначим X_p множество тех $x \in X$, для которых плотность единиц как в последовательности $x(i)$, $i < 0$, так и в последовательности $x(i)$, $i \geqslant 0$, равна p. Очевидно, множество X_p является T-инвариантным. Пользуясь результатами М. Л. Бланка [4], нетрудно показать, что всякая T-инвариантная вероятностная мера μ, для которой $\mu(X_p) = 1$ при некотором $p \in (0, 1/2)$, сосредоточена на множестве X_p^0, состоящем из всех $x \in X_p$, в которых нигде не стоят рядом две единицы. На этом множестве T совпадает со сдвигом.

Теорема. *При $p \in (1/2, 1)$ на X_p^0 существует единственная инвариантная мера с максимальной* (*среди всех мер, сосредоточенных на X_p*) *энтропией*; *эта мера — марковская, и ее энтропия равна*

$$h(p) = -(1-2p)\ln\frac{1-2p}{1-p} - p\ln\frac{p}{1-p}.$$

Следствие. *Функция $p \mapsto h(p)$ вогнута на $(0, 1/2)$, достигает максимума при $p = p_0 = (1/2) - (1/20)^{1/2}$ и стремится к нулю при $p \to 0$ и $p \to 1/2$.*

Заметим, что при $p \in (1/2, 1)$ ситуация аналогична рассмотренной, так как система переходит в себя в результате замены $0 \to 1$, $1 \to 0$ и шага вправо — шагом влево. Остается неизвестным, что происходит при $p = 1/2$ и, в частности, существует ли T-инвариантная мера, сосредоточенная на $X_{1/2}$, энтропия которой положительна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nagatani T.* Creation and annihilation of traffic jams in a stochastic asymptotic exclusion model with open boundaries: a computer simulation. — J. Phys. A, 1995, v. 28, № 24, p. 7079–7088.
2. *Nagel K.* Particle hopping models and traffic flow theory. — Phys. Rev. E, 1996, v. 53, № 5, p. 4655–4672.
3. *Belitsky V.*, *Ferrary P. A.* Invariant measures and convergence properties for Sellular automaton 184 and related processes. — J. Statist. Phys., 2005, v. 118, № 3–4, p. 589–623.
4. *Blank M.* Travelling with/against the flow. Deterministic diffusive driven systems. — J. Statist. Phys., 2008, v. 133, № 4, p. 773–796.