А. В. С а р т о р и (Москва, Российский технологический офис EADS IW). **Статистические процедуры интеграции моделей.**

Одной из важнейших целей математического моделирования является сокращение числа дорогостоящих (в материальном и временном смыслах) натурных экспериментов. Однако математические модели, связанные с численным решением сложных дифференциальных уравнений в частных производных с граничными условиями, описывающих объект и среду его функционирования, также являются достаточно трудоемкими и, главное, не обеспечивают точность и достоверность натурных экспериментов.

В докладе будет предложен подход для построения метамоделей [1] для натурных экспериментов, основанных на использовании вспомогательной метамодели, построенной на основе результатов вычислительных экспериментов с достаточно простой «физической» моделью.

Пусть имеется неизвестная нелинейная зависимость $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^p$, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^q$, и две модели M_1 и M_2, вычисляющие приближенно значения $f_{M_1}(\mathbf{x})$ и $f_{M_2}(\mathbf{x})$ функции $f(\mathbf{x})$. Предположим, что модель M_1 является более точной, но в то же время существенно более трудоемкой по сравнению с моделью M_2. Пусть имеется множество результатов экспериментов $\Sigma(M_1) = \{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_{i_1} = f_{M_1}(\mathbf{x}_i)),\ i = 1, 2, \ldots, N(M_1)\}$ с моделью M_1, количество $N(M_1)$ которых недостаточно для построения нелинейной метамодели с требуемой точностью. Предположим также, что имеются результаты $\Sigma(M_2)$ экспериментов с моделью M_2, которых хватает для построения достаточно точной метамодели SM_2 для модели M_2, определяемой функцией $f_{SM_2}(\mathbf{x})$, построенной по множеству $\Sigma(M_2)$ и аппроксимирующей функцию $f_{M_2}(\mathbf{x})$. Как следует из [1], метамодели обычно имеют следующий аналитический вид:

$$f_{SM_2}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n(\Sigma(M_2))} \theta_j(\Sigma(M_2)) \times h_j(\mathbf{x}|\Sigma(M_2)), \tag{1}$$

где количество слагаемых n, коэффициенты θ_j и функции $h_j(\mathbf{x})$ в (1) определяются обучающим множеством $\Sigma(M_2)$. Другими словами, суррогатная модель SM_2 является моделью линейной регрессии с параметрами (n, θ) с использованием адаптивного базиса $B(\Sigma(M_2)) = \{h_j(\mathbf{x}|\Sigma(M_2)),\ j = 1, 2, \ldots, n\}$.

Предполагаемая взаимная близость функций $f(\mathbf{x})$, $f_{M_1}(\mathbf{x})$, $f_{M_2}(\mathbf{x})$ и $f_{SM_2}(\mathbf{x})$ позволяет считать, что функция $f_{M_1}(\mathbf{x})$ достаточно хорошо может быть приближена линейными комбинациями функций из $B(\Sigma(M_2))$. Поэтому в качестве суррогатной модели $f_{SM_1}(\mathbf{x})$, построенной по множеству $\Sigma(M_1)$, предлагается выбрать функцию

$$f_{SM_1}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n(\Sigma(M_2))} \theta_j(\Sigma(M_1)) \times h_j(\mathbf{x}|\Sigma(M_2)),$$

в которой значения параметров n и базиса $B(\Sigma(M_2))$ унаследованы из суррогатной модели $f_{SM_2}(\mathbf{x})$, а регрессионные коэффициенты θ_j построены по обучающему множеству $\Sigma(M_1)$ методом наименьших квадратов.

Предлагаемый подход позволяет строить суррогатные модели SM_1 в ситуации, когда количества результатов экспериментов $N(M_1)$ недостаточно для построения адаптивного базиса $B(\Sigma(M_1))$, но достаточно для построения линейной регрессионной зависимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuleshov A., Bernstein A.* Cognitive technologies in adaptive models of complex plants. — In: Keynote papers of 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing (INCOM'09), June 3–5, Moscow, Russia. 2009, p. 70–81.