

Ф. С. Насыров (Уфа, УГАТУ). **Об одном варианте обобщенной формулы Ито.**

Известно, что интеграл Ито лежит в основе стохастического исчисления и поэтому максимальное обобщение формулы Ито является важной задачей теории случайных процессов.

Пусть на полном вероятностном пространстве (Ω, F, P) фиксирован стандартный винеровский процесс $W(s)$, $s \in R^+$, $W(0) = 0$, с локальным временем $\alpha(t, u)$, $t \in R^+$, $u \in R$, совместно непрерывным с вероятностью 1 по переменным (t, u) . Обозначим при каждом t через F_t σ -алгебру, стандартным образом согласованную с винеровским процессом $W(s)$, $s \in R^+$. В докладе доказывается обобщенная формула Ито для непрерывных слева предсказуемых интеграндов.

Теорема. Пусть $g(s) = g(s, \omega)$, $s \in R^+$, — непрерывная слева предсказуемая функция, а $f(u)$, $u \in R$, — непрерывно дифференцируемая функция такие, что с вероятностью 1 конечны интегралы

$$\int_0^t g(s) f'(W(s)) ds \quad \text{и} \quad \int_0^t g(s) f(W(s)) dW(s).$$

Тогда справедлива обобщенная формула Ито

$$\begin{aligned} g(t) \int_{W(0)}^{W(t)} f(u) du - \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{h \downarrow 0} \int_0^t \int_{W(0)}^{W(s)} f(u) du dg_h^{(n)}(s) \\ = \int_0^t g(s) f(W(s)) dW(s) + \frac{1}{2} \int_0^t g(s) f'(W(s)) ds, \end{aligned} \quad (1)$$

где $g_h^{(n)}(s) = \frac{1}{h} \int_{s-h}^s g^{(n)}(\tau) \mathbf{1}(\tau > 0) d\tau$, $g^{(n)}(\tau) = g(\tau) \mathbf{1}(|g(\tau)| \leq n) + n \mathbf{1}(g(\tau) > n) - n \mathbf{1}(g(\tau) < -n)$, оба предела в левой части формулы (1) есть пределы по вероятности и они существуют.

Другой вариант обобщенной формулы Ито для непрерывных слева предсказуемых функций предложен в работе [2],

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Насыров Ф. С. Об обобщенной формуле Танаки. — Уфимский математический журнал. 2009, т. 1, в. 1, с. 69–76.
2. Насыров Ф. С. Обобщенная формула Ито и потраекторные итовские интегралы. — Вестник УГАТУ, 2005, т. 6, в. 1, с. 33–40.