А. С. А н д р е е в, А. В. А м и н а р о в (Ульяновск, УлГУ)**. Об управлении системами с последействием.**

Рассматривается управляемая система, описываемая функционально-дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, x_t, \mathbf{u}), \tag{1}$$

где $\mathbf{x}$ ($\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$) есть фазовый вектор системы, $\mathbf{R}^n$ — n-мерное действительное пространство с нормой $|\mathbf{x}|$, $x_t \in C$, C — банахово пространство непрерывных функций φ: $[-h, 0] \to \mathbf{R}^n$, $h > 0$, с нормой $\|\varphi\| = \sup\{|\varphi(s)|, -h \leqslant s \leqslant 0\}$, $\mathbf{u}$ ($\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$) — управляющее воздействие, f: $\mathbf{R}^+ \times C_H \times \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^n$ есть непрерывное отображение $f(t, 0, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$, $C_H = \{\varphi = C\colon \varphi < H > 0\}$.

Исследуется задача о синтезе управления, состоящая в определении $\mathbf{u} \in U$ из такого класса непрерывных управлений $\mathbf{u}$: $\mathbf{R}^+ \times C_H \to \mathbf{R}^m$, $\mathbf{u}(t, 0) = \mathbf{0}$, что движение системы из любой точки $(\alpha, \varphi) \in \mathbf{R}^+ \times \overline{C}_\mu$, $0 < \mu < H$, достигает точки $(0, 0)$ за конечное время T.

Предлагается решение поставленной задачи на основе применения функционала и функции Ляпунова [1], а также уравнения сравнения [2].

Пусть G есть класс таких непрерывных скалярных функций g: $\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $g(t, 0) = 0$, что каждое правое максимальное решение $y^+(t, t_0, y_0)$ уравнения $\dot{y} = g(t, y)$ с начальной точкой $(t_0, y_0) \in \mathbf{R}^+ \times \{y\colon y < \nu > 0\}$ попадает в точку $y = 0$ за конечный промежуток времени.

Пусть F_1 и F_2 суть, соответственно, классы инвариантно дифференцируемых функционалов V: $\mathbf{R}^+ \times C_H \to \mathbf{R}^+$ и функций V: $\mathbf{R}^+ \times D_H \to \mathbf{R}^+$, $D_H = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n\colon |\mathbf{x}| < H\}$, a: $\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ — класс функций типа Хана [3].

Получены следующие достаточные условия решения поставленной задачи.

Пусть $\mathbf{u} \in U$ есть управляющее воздействие, при котором система (1) описывается соответствующим уравнением

$$\dot{\mathbf{x}}_t = f(t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}(t, \mathbf{x}_t)). \tag{2}$$

Теорема 1. *Предположим, что найдены такие функционал $V \in F_1$, управляющее воздействие $u_0 \in U$ и функция $g \in G$, что в области $\mathbf{R}^+ \times C_H$: 1) выполнены неравенства $a_1(\|\varphi_0\|) \leqslant V(t, \varphi) \leqslant a_2(\|\varphi\|)$; 2) производная V в силу уравнения (2) удовлетворяет неравенству $\dot{V}(t, \varphi) \leqslant g(t, V(t, \varphi))$. Тогда воздействие $u_0(t, \varphi)$ решает поставленную задачу.*

Теорема 2. *Предположим, что найдены такие функция $V \in F_2$, управляющее воздействие $u_0 \in U$ и функция $g \in G$, что: 1) в области $\mathbf{R}^+ \times D_H$ выполнены неравенства $a_1(|\mathbf{x}|) \leqslant V(t, \mathbf{x}) \leqslant a_2(|\mathbf{x}|)$; 2) производная V в силу уравнения (2) удовлетворяет неравенству $\dot{V}(t, \varphi) \leqslant g(t, V(t, \varphi(0)))$ для всех $(t, \varphi) \in \mathbf{R}^+ \times C_H$, при которых $V(t + s, \varphi(s)) \leqslant \mathbf{y}^-(t + s, t, V(t, \varphi(0))$, где $\mathbf{y}^-(\tau, t, V)$ — левое максимальное решение уравнения $\dot{\mathbf{y}} = g(\tau, \mathbf{y})$. Тогда воздействие $\mathbf{u}_0(t, \varphi)$ решает поставленную задачу.*

Эти теоремы могут быть обобщены для задачи об оптимальном управлении и в направлении применения знакопостоянных функционалов и функций Ляпунова. Они развивают результаты работ [4–8].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 08–01–97010–р-поволжье-а) и в рамках программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/6194).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хейл Дж.* Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984, 421 с.
2. *Kato J.* On Liapunov Razumikhin type theorems for functional differential equations. — Funkc. Evkac., 1973, v. 16, № 3, p. 225–239.
3. *Ким А. В.* i-Гладкий анализ и функционально-дифференциальные уравнения. Екатеринбург: УрО РАН, 1996, 234 с.
4. *Ананьевский И. М.*, *Колмановский В. Б.* О стабилизации некоторых регулируемых систем с последействием. — Автомат. телемех., 1989, № 9, с. 34–42.
5. *Андреев А. С.* Устойчивость неавтономных функционально-дифференциальных уравнений. Ульяновск: УлГУ, 2005, 328 с.
6. *Андреева Е. А.*, *Колмановский В. Б.*, *Шайхет Л. Е.* Управление системами с последействием. М.: Наука, 1992, 333 с.
7. *Красовский Н. Н.*, *Осипов Ю. С.* О стабилизации движений управляемого объекта с запаздыванием в системе регулирования. — Изв. АН СССР. Сер. Техн. киберн., 1963, № 6, с. 3–15.
8. *Осипов Ю. С.* О стабилизации управляемых систем с запаздыванием. — Дифф. уравнения, 1965, т. 1, № 5, с. 605–618.