

М. Е. Семенов, Р. Б. Фетисов (Воронеж, ВГТУ). Об ограниченных решениях одного класса систем дифференциальных уравнений с гистерезисными нелинейностями.

В работе, представленной данным сообщением, рассматриваются системы, описываемые уравнениями:

$$\dot{x} = Ax + f(t, x, \zeta), \quad (1)$$

$$\zeta = \Gamma(\omega_0)u(t), \quad u(t) = xc, \quad (2)$$

где A есть постоянная $n \times n$ матрица, $x \in \mathbf{R}^n$ — вектор-функция с вещественными компонентами, c — фиксированный вектор из \mathbf{R}^n , а $f(t, x, \zeta): \mathbf{R} \times C^n \times \mathbf{R} \rightarrow C^n$, $\Gamma(\omega_0)$ — липшицев с константой k_1 , гистерезисный оператор [1], зависящий от своего начального состояния ω_0 как от параметра (например, обобщенный люфт или преобразователи Прейсаха).

Пусть матрица A такова, что ее спектр не пересекается с мнимой осью. В дальнейшем понадобятся константы $\chi = \int_{-\infty}^{\infty} |G(t)| dt$, где $G(t)$ — ограниченная функция Грина [2] и $\sigma = \max_{-\infty < \omega < \infty} \|(i\omega I - A)^{-1}\|$.

Предположим, что нелинейность непрерывна по t и удовлетворяет условию Липшица: $\|f(t, x_1, \zeta_1) - f(t, x_2, \zeta_2)\| \leq l(\|x_1 - x_2\| + \|\zeta_1 - \zeta_2\|)$, где $l > 0$.

Теорема 1. Пусть выполнено основное условие $q = \chi l(1 + k_1) < 1$. Тогда система (1)–(2) имеет единственное ограниченное решение $x(t)$ и для этого решения справедлива оценка $\|x(t)\| \leq \chi \|f_0\| / (l - q)$, где $f_0(t) = f(t, 0, 0)$, предполагается ограниченной. Если матрица A гурвицева, то единственное ограниченное решение системы (1) асимптотически устойчиво в целом и выполняется $\|x(t) - y(t)\|e^{\varepsilon t} \rightarrow 0$, где $y(t)$ — любое решение системы (1), а ε — достаточно малое положительное число.

Теорема 2. Пусть выполнено основное условие $p = \sigma l(1 + k_1) < 1$. Тогда система (1)–(2) имеет единственное ограниченное решение $x(t)$ и для этого решения справедлива оценка $\|x(t)\| \leq 4\tau(1 + (\|A\| + l)\tau)$, где $\tau = \sigma / (l - q)$. Если матрица A гурвицева, то справедливо утверждение теоремы 1, где $0 < \varepsilon < (1 - p) / \sigma$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красносельский М. А., Покровский А. В. Принцип отсутствия ограниченных решений в проблеме абсолютной устойчивости. — Докл. АН СССР, 1977, т. 233, № 3, с. 293–296.
2. Перов А. И. Частотные признаки существования ограниченных решений. — Дифф. уравнения, 2007, т. 43, № 7, с. 867–1008.