**А. К. Волосова**, **К. А. Волосов** (Москва, МГУПС). **СЛАУ вместо уравнения с частными производными.**

В цикле работ [1–3] обнаружено одно пропущенное классиками свойство, состоящее в том, что уравнение с частными производными второго порядка можно заменить системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) $A\mathbf{X} = \mathbf{b}$. Например, сделаем замену переменных $Z(x,t)|_{x=x(\xi,\delta),t=t(\xi,\delta)} = U(\xi,\delta)$ в уравнении

$$Z_t' - (K(Z)Z_x')_x' + F(Z) = 0 \qquad (*)$$

и установим дифференциальные связи

$$K(Z)\frac{\partial Z}{\partial x}\Big|_{x=x(\xi,\delta),t=t(\xi,\delta)} = Y(\xi,\delta), \quad K(Z)\frac{\partial Z}{\partial t}\Big|_{x=x(\xi,\delta),t=t(\xi,\delta)} = T(\xi,\delta).$$

**Теорема.** *Уравнению* $(*)$ *эквивалентна СЛАУ вида* $A\mathbf{X} = \mathbf{b}$, *где*

$$A = \begin{pmatrix} YU_\delta' & -YU_\xi' & TU_\delta' & TU_\xi' \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$a_{21} = -K(U)Y_\delta' + YK'(U)U_\delta', \quad a_{22} = K(U)Y_\xi' - YK'(U)U_\xi',$$

$$a_{23} = -K(U)T_\delta' + TK'(U)U_\delta', \quad a_{24} = K(U)T_\xi' - TK'(U)U_\xi',$$

$$a_{33} = -YY_\delta' + F(U)K(U)U_\delta' + TU_\delta', \quad a_{34} = YY_\xi' - F(U)K(U)U_\xi' - TU_\xi',$$

$$a_{44} = P_1(\xi,\delta), \quad \mathbf{X} = (x_\xi', x_\delta', t_\xi', t_\delta')^T, \quad \mathbf{b} = (0,0,0,b_4)^T, \quad b_4 = \Psi_4(\xi,\delta)P_1(\xi,\delta),$$

*знак* $T$ *означает транспонирование, а* $\Psi_4(\xi,\delta) \overset{\text{def}}{\to} K[-YY_\delta' + FKU_\delta' + TU_\delta'][U_\delta'Y_\xi' - Y_\delta'U_\xi']/P_1(\xi,\delta)$, *где* $P_1(\xi,\delta) = FK[(TY_\xi' - T_\xi'Y)U_\delta' + (YT_\delta' - TY_\delta')U_\xi'] + TY[-U_\delta'T_\xi' + U_\xi'T_\delta'] + Y^2[Y_\delta'T_\xi' - T_\delta'Y_\xi'] + T^2[U_\delta'Y_\xi' - Y_\delta'U_\xi']$. *Собственные числа матрицы имеют вид*: $\lambda_1 = -YY_\delta' + FKU_\delta' + TU_\delta'$, $\lambda_2 = Y^2[T_\delta'Y_\xi' - Y_\delta'T_\xi'] - T[FK+T][U_\delta'Y_\xi' - Y_\delta'U_\xi'] + Y[FK+T][U_\delta'T_\xi' - T_\delta'U_\xi']$, $\lambda_{3,4} = [M \pm \sqrt{D}]/2$, $M = KY_\xi' + Y(U_\delta' - K'(U)U_\xi'$, $D = 4YK(Y_\delta'U_\xi' - U_\delta'Y_\xi') + [KY_\xi' + Y(U_\delta' - K'(U)U_\xi'))^2]$. *СЛАУ имеет единственное решение.*

Здесь обозначения оставлены такими же, как и работах [1–3]. Собственные векторы легко вычисляются. Их интересные свойства здесь не обсуждаются. Авторами предлагается альтернативная классификация решений нелинейных уравнений по собственным числам матрицы. Интегрируя СЛАУ, можно строить сложные точные решения в параметрической форме, которые невозможно построить, используя классическую технику групповых свойств. Метод обобщается на системы и уравнения высших порядков. Авторы выражают благодарность В. П. Маслову, М. В. Карасеву, С. Ю. Доброхотову, В. Г. Данилову, А. С. Братусю за полезные советы и обсуждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волосов К. А.* Методика анализа эволюционных систем с распределенными параметрами. Дисс. на соискание уч. ст. докт. физ.-матем. наук. М.: МИЭМ, 2007, http://eqworld.ipmnet.ru, раздел диссертаций.
2. *Волосов К. А.* Формулы для точных решений квазилинейных уравнений с частными производными в неявной форме. — Докл. РАН, 2008, т. 77, № 1, с. 1–4.
3. *Волосов К. А.* Конструирование решений квазилинейных уравнений с частными производными. — Сиб. ж. индустр. матем., 2008, т. 11, № 2 (34), с. 29–39.