Е. Ю. М о р о з о в а (Санкт-Петербург, РГПУ). **Глобальная оптимизация с ограничениями: алгоритмы и приложения.**

Рассматривается класс задач глобальной минимизации квазивогнутых (вогнутых) функций на выпуклых множествах, анализируются существующие подходы и приводятся примеры приложений. Задачи вогнутого программирования служат моделями для ряда оптимизационных задач в экономике, промышленности, транспорте и других областях. Так, например, к формулировке задач такого типа приводят задачи с эффектом масштаба (economies of scale) [1], задачи фиксированных расходов (fixed charge problems) [2], задача оптимизации вагонопотоков при организации железнодорожных перевозок [3]. Кроме того, несколько важных задач оптимизации могут быть сведены к задаче вогнутой минимизации: задача о назначениях с квадратичной целевой функцией [4], трехмерная задача о назначениях [5], задачи билинейного программирования [6], линейная задача о дополнительности [7], линейные минимаксные задачи со связанными переменными и линейные многошаговые биматричные игры [8].

Все известные алгоритмы решения задачи квазивогнутого программирования основаны на следующем утверждении.

Теорема. *Пусть* $D \subset \mathbf{R}^n$ *есть ограниченное замкнутое выпуклое множество,* $F\colon D \to \mathbf{R}$ *есть непрерывная квазивогнутая функция. Тогда* $\min\{F(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in D\} = \min\{F(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \operatorname{Extr} D\}$.

С точки зрения вычислительной сложности, задача остается NP-сложной задачей даже для таких частных случаев, как минимизация квадратичной вогнутой функции на гиперкубе [9].

Рассматриваются и анализируются самые важные известные детерминированные подходы вогнутого программирования, использующие методы перечисления, методы отсечения, симплициальные, прямоугольные и конические методы ветвей и границ, решение аппроксимационных подзадач, методы билинейного программирования или различные комбинации этих методов. Также рассматриваются специальные методы, предлагаемые для задач, где целевая функция имеет специальную структуру (квадратичная, сепарабельная, факторизуемая и т. д.) или допустимое множество имеет специальную структуру (единичный гиперкуб, сетевые ограничения, квадратичные ограничения и т. д.) [10–15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kalantari B.*, *Rosen J. B.* Algoritnm for large-scale global minimization of linearly constrained concave quadratic functions. — Math. Oper. Res., 1987, v. 12, p. 544–561.
2. *Murty K.* Solving the fixed charge problem by ranking the extreme points. — Oper. Res., 1968, v. 16, № 2, p. 268–279.
3. *Баушев А. Н.*, *Морозова Е. Ю.*, *Осьминин А. Т.* О математической модели минимизации эксплуатационных затрат при организации вагонопотоков. — Вестник ПГУПС, 2004, в. 2, с. 39–43.
4. *Bazaraa M. S.*, *Sherali H. D.* On the use of exact and heuristic culling plane methods for the quadratic assignment problem. — J. Oper. Res. Soc., 1982, v. 33, № 11, p. 991–1003.
5. *Frieze A. M.* A bilinear programrning formulation of the 3-dimensional assignment problem. — Math. Programming, 1974, v. 7, № 3, p. 376–379.
6. *Konno H.* A cutting plane algorithm for solving bilinear programs. — Math. Programming, 1976, v. 11, № 1, p. 14–27.
7. *Буй Тхе Там, Ву Тхиен Бан.* Минимизация вогнутой функции при линейных ограничениях, — Эконом. матем. мет., 1985, т. XXI, в. 4, с. 709–714.
8. *Falk I. E.* A linear max-min problem. — Math. Programming, 1973, v. 5, № 2, p. 169–188.
9. *Mangasarian O. L.*, *Shiau T. H.* A variable complexity norm maximization problem. Computer Science Dept., Univ. Wisconsin Tech. Report 568. Madison: Univ.

Wisconsin, 1984.
10. *Al-Khayyal F. A.* Global optimization of concave functions subject to quadratic constraints: An application in nonlinear bilevel programming. — Ann. Oper. Res., 1992, v. 34, p. 125–147.
11. *Guisewite G. M.*, *Pardalos P. M.* A polynomial time solvable concave network flow problem. — Networks, 1993, v. 23, № 2, p. 143–147.
12. Recent Advances in Global Optimization./ Ed. by *C. A. Floudas*, *P. M. Pardalos*. Prinston: Prinston Univ. Press, 1992.
13. Handbook of Global Optimization./ Ed. by *R. Horst*, *P. M. Pardalos*. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1995.
14. *Huyer W.*, *Neumaier A.* Global Optimization by Multilevel Coordinate Search. — J. Global Optim., 1999, v. 14, № 4, p. 331–355.
15. *Морозова Е. Ю.* Метод многомерной бисекции в задаче вогнутого программирования. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 6, с. 1124–1126.