

**Е. Ф. Тимофеева** (Ставрополь, СевКавГТУ). **Пространственно-многомерные модели движения волны на удалении от берега.**

Для исследования волновых процессов, происходящих в мелководных акваториях, рассматриваются пространственные трехмерные модели некоторых волновых явлений на удалении от берега в линейном приближении. При описании поверхностных гравитационных волн применяется методика, приведенная в книге Л. М. Бреховских и В. В. Гончарова [1], согласно которой система уравнений гидродинамики жидкости в векторной форме имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\nabla p}{\rho_0} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

и будучи записана покомпонентно, учитывая, что  $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$  — вектор скорости частиц, представляет собой систему скалярных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений можно исключить горизонтальную скорость  $\mathbf{u}$  и давление  $p$ , выразив последние через вертикальную компоненту скорости частиц  $w$  и для  $w$  получить уравнение  $\partial/\partial t(\Delta w) = 0$ .

Граничное условие на свободной поверхности  $z = 0$  для  $w$  принимает вид

$$\left( \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial z} - g \Delta w \right)_{z=0} = 0. \quad (2)$$

Предполагая на уровне  $z = -H$  наличие границы жидкости с абсолютно твердым дном, добавляется еще условие равенства нулю нормальной (вертикальной) компоненты скорости частиц жидкости при  $z = -H$ :

$$w|_{z=-H} = 0. \quad (3)$$

Пространственные модели распространения поверхностной гравитационной волны, а также наложения этих волн на мелководье, приведены для единичного уровня амплитуды давления на основе выражения:

$$p = \rho_0 \frac{i w}{k \operatorname{th} k H} b \frac{\operatorname{ch} k(z + H)}{\operatorname{ch} k H} \exp\{i(kr - wt)\}.$$

Наложение двух волн моделирует ситуацию, когда на поверхности моря существуют волны с одинаковой длиной, пришедшие с разных направлений или как стоячая волна при отражении от твердой вертикальной скалы. В результате наложения на поверхности образуются отдельные трехмерные ячейки и появляются некоторые локальные области с пониженным уровнем ячеек. Пространственно трехмерные модели были созданы методом плоско-параллельного переноса исходного поля давления вдоль оси  $y$  [3].

Для моделирования волновых явлений, возникающих при подходе поверхностных гравитационных волн к берегу, а точнее, явления рефракции — искажения фронта волны созданы трехмерные модели береговых образований. Смоделированы мыс, бухта и ровная береговая линия с помощью аналитических функций соответственно:  $z(x, y) = axy \sin(xy)$ ,  $z(x, y) = x^2 \cos(y)$ ,  $z(x, y) = ab(y)x^2$ .

Для моделирования процесса рефракции поверхностных гравитационных волн на данных береговых образованиях используется выражение для волнового числа в двумерном случае:

$$k(x, y) = \sqrt{\frac{w^2}{g(H - z(x, y))}},$$

где  $z(x, y)$  — аналитическое выражение соответствующего берегового образования.

С приближением к берегу, начиная с некоторых критических глубин, фронт поверхностных волн начинает искажаться и стремится стать нормальной к береговой линии. Искажение фронта происходит в результате уменьшения скорости распространения, что приводит к уменьшению длины волны при постоянной частоте.

В зависимости от направления прихода на поверхности залива образуются трехмерные ячейки различного масштаба и структуры. При наложении пакетов поверхностных волн с угловыми интервалами  $30^\circ$  создаются более мелкомасштабные трехмерные ячеистые структуры, по сравнению с пакетами близких углов прихода.

В работе, представленной данным сообщением, представлены пространственные модели рефракции на мысу, на прямом береговом выступе и в бухте трех разных поверхностных волн, приходящих с разных направлений.

Представленные тесты, решения которых получены с помощью программы MathCAD, используются в качестве анализа и верификации данных при исследовании пространственно-многомерных моделей движения волн на удалении от берега.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брезовский Л. М., Гончаров В. В.* Введение в механику сплошных сред: в прил. к теории волн. М.: Наука, 1982.
2. *Глуховский Б. Х.* Исследование морского ветрового волнения. Л.: Гидрометеоздат, 1966.
3. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1973.