В. Л. П е т р о в (Москва, МГГУ). **Конструирование и декомпозиция спектральных моделей линейных динамических систем в базисе ортонормированных функций Чебышева–Лагерра.**

Рассмотрим линейную систему с передаточной функцией $W_0(p)$, образованную последовательным соединением звеньев с передаточными функциями $W_1(p)$ и $W_2(p)$. Определим операторные модели в базисе ортонормированных функций Чебышева–Лагерра (ОФЧЛ) [1], [2]:

$$W_0(p) = \frac{\sqrt{2b}}{p+b}\left[\beta_0 + \beta_1 \frac{p-b}{p+b} + \beta_2 \left(\frac{p-b}{p+b}\right)^2 + \cdots + \beta_n \left(\frac{p-b}{p+b}\right)^n\right],$$
$$W_1(p) = \frac{\sqrt{2b}}{p+b}\left[\gamma_0 + \gamma_1 \frac{p-b}{p+b} + \gamma_2 \left(\frac{p-b}{p+b}\right)^2 + \cdots + \gamma_n \left(\frac{p-b}{p+b}\right)^n\right],$$
$$W_2(p) = \frac{\sqrt{2b}}{p+b}\left[\lambda_0 + \lambda_1 \frac{p-b}{p+b} + \lambda_2 \left(\frac{p-b}{p+b}\right)^2 + \cdots + \lambda_n \left(\frac{p-b}{p+b}\right)^n\right].$$

Так как $W_0(p) = W_1(p)W_2(p)$, параметры спектральных моделей $W_0(p)$, $W_1(p)$ и $W_2(p)$ в базисе ОФЧЛ связаны следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \gamma_0\lambda_0 = \sqrt{2b}\beta_0, \\ \gamma_0\lambda_1 + \gamma_1\lambda_0 - \gamma_0\lambda_0 = \sqrt{2b}\beta_1, \\ \gamma_0\lambda_2 + \gamma_1\lambda_1 + \gamma_2\lambda_0 - \gamma_1\lambda_0 - \gamma_0\lambda_1 = \sqrt{2b}\beta_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \gamma_0\lambda_k + \gamma_1\lambda_{k-1} + \cdots + \gamma_k\lambda_0 - \gamma_0\lambda_{k-1} - \cdots - \gamma_{k-1}\lambda_0 = \sqrt{2b}\beta_k. \end{cases} \tag{1}$$

Выпишем k-е уравнение в системе (1) в общем виде:

$$\sum_{j=0}^{k} \gamma_j \lambda_{k-j} - \sum_{j=0}^{k-1} \gamma_j \lambda_{k-j-1} = \sqrt{2b}\beta_k. \tag{2}$$

Формула (2) позволяет формировать спектральную характеристику $\psi_{W_0(p)} = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ на основе спектральных характеристик $\psi_{W_1(p)} = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)$ и $\psi_{W_2(p)} = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$.

Из системы (1) сформируем систему иного вида:

$$\begin{cases} \gamma_0\lambda_0 = \sqrt{2b}\beta_0, \\ \gamma_1\lambda_0 + \gamma_0\lambda_1 = \sqrt{2b}(\beta_0 + \beta_1), \\ \gamma_2\lambda_0 + \gamma_1\lambda_1 + \gamma_0\lambda_2 = \sqrt{2b}(\beta_0 + \beta_1 + \beta_2), \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \displaystyle\sum_{j=0}^{k} \gamma_j \lambda_{k-j} = \sqrt{2b} \sum_{j=0}^{k} \beta_k. \end{cases} \tag{3}$$

Использование системы уравнений (3) более удобно при решении задач декомпозиции, когда возникает необходимость определения спектральных моделей элементов системы на основе информации о спектральных моделях системы в целом.

На следующем этапе определим коэффициенты разложения импульсной переходной характеристики в ряд ортонормированных функций Лагерра для линейной системы, образованной включением звена с передаточной функцией $W_2(p)$ в цепь отрицательной обратной связи, охватывающей звено с передаточной функцией $W_1(p)$.

В этом случае передаточная функция системы будет определяться следующим выражением:

$$W_0(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}. \tag{4}$$

Используем каноническую форму записи (4), а также формулы (1) и подстановку типа $\sigma = (p-a)/(p+a)$. В результате получим

$$\frac{1-\sigma}{\sqrt{2b}}\left(\sum_{k=0}^{\infty}\beta_k z^k\right)\left(1+\frac{1-\sigma}{\sqrt{2b}}\sum_{k=0}^{\infty}\theta_k\sigma^k\right) = \frac{1-\sigma}{\sqrt{2b}}\sum_{k=0}^{\infty}\gamma_k z^k, \tag{5}$$

где $\psi_{W_{12}}(p) = (\theta_0, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ — спектральная характеристика разомкнутой системы $W_1(p)W_2(p)$.

Осуществляя преобразования (5), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \beta_0(1+\gamma_0\lambda_0) = \gamma_0, \\ \beta_0(\gamma_1\lambda_0 + \gamma_0\lambda_1 - 2\gamma_0\lambda_0) + \beta_1(1+\gamma_0\lambda_0) = \gamma_1, \\ \beta_0(\gamma_1\lambda_0 + \gamma_1\lambda_1 + \gamma_0\lambda_2 - 2\gamma_0\lambda_1 - 2\gamma_1\lambda_0 + \gamma_0\lambda_0) \\ \qquad + \beta_1(\gamma_1\lambda_0 + \gamma_0\lambda_1 - 2\gamma_0\lambda_0) + \beta_2(1+\gamma_0\lambda_0) = \gamma_2. \end{cases} \tag{6}$$

Система уравнений (6) лежит в основе синтеза вычислительных алгоритмов для определения спектральных характеристик систем с передаточной функцией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров В. Л.* Математическое обеспечение для идентификации электромеханической системы горных машин на основе представления оператора рядом функций Лагерра. — Горный информационно-аналитический бюллетень, 2002, № 1, с. 19–21.
2. *Петров В. Л.* Новый класс математических моделей электромеханических систем горных машин. — Горное оборудование и электромеханика, 2009, № 3, с. 44–49.