М. И. Т о л о в и к о в (Череповец, ЧГУ)**. Об одной задаче, связанной с задачей Симона Ньюкомба.**

Классическая задача Симона Ньюкомба формулируется следующим образом.

Имеется колода карт, пронумерованных числами $1, 2, \ldots, n$ и расположенных в случайном порядке. Карты по одной берут из колоды и выкладывают в стопку, пока их номера идут в порядке возрастания. Когда номер очередной карты оказывается меньшим номера предыдущей, образуется новая стопка. Какова вероятность того, что в конце образуется ровно r стопок? Ответ в этой задаче выражается через числа Эйлера [1]: искомая вероятность равна $P(n,r) = A(n,r)/n!$. Р. П. Стенли установил связь чисел Эйлера с разбиениями единичного куба гиперплоскостями. Его результат можно сформулировать следующим образом.

Теорема 1 (ср. [1, с. 47])**.** *Пусть* $X_1, X_2, \ldots, X_n$ *— независимые равномерно распределенные на отрезке* $[0,1]$ *случайные величины. Тогда* $P(n,r) = \mathbf{P}\{r-1 \leqslant X_1 + X_2 + \cdots + X_n \leqslant r\}$.

Рассмотрим следующее обобщение задачи Симона Ньюкомба.

Пусть $\{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{dn}\}$ — случайная равновероятная перестановка чисел $1, 2, \ldots, dn$. Разобьем ее на d равных частей $\{\pi_{1+(i-1)n}, \pi_{2+(i-1)n}, \ldots, \pi_{n+(i-1)n}\}$, $i = 1, 2, \ldots, d$. Эти части назовем колодами, а их элементы — картами. Расположение карт в колоде соответствует порядку элементов в соответствующей части. Карты выкладывают в стопки в соответствии с правилами. Первоначально берут ту из d верхних карт колод, которая имеет наименьший номер, и образуют из нее первую стопку. На каждом очередном шаге из числа верхних карт колод, номера которых больше номера последней карты, положенной в стопку, выбирают карту с наименьшим номером и кладут в текущую стопку. Если же номера верхних карт всех d колод меньше номера последней карты, положенной в стопку, то образуется новая стопка, в которую кладут ту из верхних карт, которая имеет наименьший номер. Процесс продолжается до тех пор, пока в стопки не попадет n карт.

Обозначим $P_d(n_1, n_2, \ldots, n_d, r)$ вероятность события, состоящего в том, что в результате описанного выше процесса образуется ровно r стопок, причем из 1-й, 2-й, …, d-й колоды будет взято $n_1, n_2, \ldots, n_d$ карт соответственно.

Теорема 2. *Пусть* $X_1, X_2, \ldots, X_{nd}$ *— независимые равномерно распределенные на отрезке* $[0,1]$ *случайные величины. Тогда* $P_d(n_1, n_2, \ldots, n_d, r) = \mathbf{P}\{r-1 \leqslant \max_{1\leqslant i\leqslant d} \sum_{j=1}^{n_i} X_{j+(i-1)n} \leqslant \min\{r, \min_{1\leqslant i\leqslant d} \sum_{j=1}^{n_i+1} X_{j+(i-1)n}\}\}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08–01–00078а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stanley R. P.* Eulerian partitions of a unit hypercube. — In: Higher Combinatorics./ Ed by M. Aigner, Dordrecht/Boston: Reidel, 1977.