**Е. В. Бурнаев, М. Г. Беляев, Ю. Н. Свириденко, С. С. Чернова** (Москва, ИППИ РАН, ЦАГИ, ИСА РАН). **О методах построения консолидированных данных.**

Пусть $M_1$ и $M_2$ — некоторые модели, задающие функции $y^{(1)} = f_{M_1}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$, $y^{(1)} \in \mathbf{R}^1$ и $y^{(2)} = f_{M_2}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$, $y^{(2)} \in \mathbf{R}^1$, и используемые для того, чтобы моделировать один и тот же физический процесс. Будем считать, что для заданного входа в случае модели $M_2$ подсчитать соответствующий выход «дороже» (например, в смысле времени вычислений), чем в случае модели $M_1$, при этом модель $M_2$ точнее модели $M_1$. Задана выборка $D_N = \{\mathbf{x}_i, y_i^{(2)}\}_{i=1}^N$ значений модели $M_2$. Предположим, что объем $N$ этой выборки недостаточен ($M_2$ — «дорогая» модель) для того, чтобы построить надежную метамодель [2] для модели $M_2$. Задача состоит в том, чтобы, используя выборку $D_N$ и «знания», содержащиеся в модели $M_1$, построить метамодель $\widehat{y}^{(2|1)} = \widehat{f}_{\widehat{M}_2|M_1}(\mathbf{x}|f_{M_1}(\mathbf{x}))$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$, $y^{(2|1)} \in \mathbf{R}^1$, которая аппроксимирует модель $M_2$ лучше, чем аппроксиматор, построенный только по данным $D_N$. Метамодель $\widehat{M}_2|M_1$ позволяет учесть информацию о физическом процессе, которая содержится в неточной модели $M_1$, при построении метамодели для более точной модели $M_2$ и, тем самым, является результатом консолидации разноточных данных.

Известно, что если $\xi$ и $\eta$ — две гауссовские случайные величины, то оптимальный в среднеквадратичном прогноз значения $\xi$ при фиксированном значении $\eta$ задается условным математическим ожиданием, имеющим структуру $\mathbf{E}(\xi \,|\, \eta) = a\eta + b$. Зачастую для моделирования многомерных зависимостей используются гауссовские процессы [3], т. е. предполагается, что моделируемая функция $f(\mathbf{x})$ является реализацией гауссовского процесса. Именно поэтому будем «искать» метамодель $\widehat{M}_2|M_1$ в виде

$$\widehat{y}^{(2|1)} = \widehat{f}_{\widehat{M}_2|M_1}(\mathbf{x} \,|\, \widehat{f}_{M_1}(\mathbf{x})) = \rho(\mathbf{x}) f_{M_1}(\mathbf{x}) + \delta(\omega(\mathbf{x})),$$

где функции $\rho(\mathbf{x})$ и $\delta(\mathbf{x})$ моделируются разложениями по адаптивному базису [1], а именно, $\rho(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{p_\rho} c_{k,\rho}\psi_k^\rho(\mathbf{x})$, $\delta(\omega(\mathbf{x})) = \sum_{k=1}^{p_\delta} c_{k,\delta}\psi_k^\delta(\mathbf{x})$, где $\psi_k^\rho(\mathbf{x}) = \varphi(\gamma_k^\rho, \mathbf{x})$ и $\psi_k^\delta(\omega(\mathbf{x})) = \varphi(\gamma_k^\delta, \omega(\mathbf{x}))$ — адаптивные базисные функции, например, $\varphi(\gamma_k^\rho, \mathbf{x}) = 1/(1 + \exp(\sum_{i=1}^m \gamma_{k,i}^\rho x^i))$ (сигмоидная функция), $\omega(\mathbf{x})$ — какой-либо входной вектор, содержащий информацию о локальном поведении функции $f_{M_1}(\mathbf{x})$, например, $\omega(\mathbf{x}) = (x^1, x^2, \ldots, x^p, \|\nabla f_{M_1}(\mathbf{x})\|)$. Отметим, что напрямую получение локальной информации о поведении функции $f_{M_1}(\mathbf{x})$ может быть затруднено. В то же время построение метамодели для модели $M_1$, например, на основе разложения по адаптивному базису, позволяет легко оценить локальное поведение функции $f_{M_1}(\mathbf{x})$, поскольку в таком случае подсчеты уже будут производиться с использованием явных формул.

Для оценки параметров метамодели $\widehat{M}_2|M_1$ необходимо решить оптимизационную задачу

$$\min_{\{c_{k,\rho},\gamma_k^\rho\}_{k=1}^{p_\rho}, \{c_{k,\delta},\gamma_k^\delta\}_{k=1}^{p_\delta}} \sum_{i=1}^N \|y_i^{(2)} - \rho(x_i) f_{M_1}(x_i) - \delta(\omega(x_i))\|^2.$$

В силу того, что функции $\rho(\mathbf{x})$ и $\delta(\omega(\mathbf{x}))$ линейно зависят от коэффициентов $\{c_{k,\rho}\}_{k=1}^{p_\rho}, \{c_{k,\delta}\}_{k=1}^{p_\delta}$, для решения оптимизационной задачи можно использовать гибридный алгоритм, разработанный в [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты № 09–01–00584а, № 09–07–00180а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burnaev E. V.*, *Belyaev M. G.*, *Prihodko P. V.*, *Chernova S. S.* Neural approximation based on regression and boosting. — В сб.: Математические методы в теории надежности. Теория. Методы. Приложения. VI Международная конференция MMR 2009 (Москва, 22–29 июня 2009 г.). М: РУНГ и др., с. 120–124. http://mmr.gubkin.ru/etc/MMR2009.pdf.
2. *Forrester A.*, *Sobester A.*, *Keane A.* Engineering Design via Surrogate Modelling. A Practical Guide. Chichester etc: Wiley, 2008.
3. *Rasmussen C. E.*, *Williams C. K. I.* Gaussian processes for machine learning. Cambridge, MA: MIT Press, 2006.