И. П. Болодурина, Ю. П. Луговскова (Оренбург, ОГУ). **Стохастическая модель инфекционных заболеваний, основанных на принципах функционирования иммунной системы.**

При построении математических моделей заболеваний часто приходится учитывать индивидуальные особенности иммунного статуса больного с помощью случайных влияний на параметры модели, связанных с воздействием множества непрогнозируемых факторов, исключенных из рассмотрения при построении детерминированной модели. Для исследования динамики инфекционных заболеваний, предполагая, что случайную составляющую имеют коэффициент скорости размножения антигена β и коэффициент скорости продукции антител лимфоцитами ρ, на базе исходной динамической модели иммунного ответа, предложенной Г. И. Марчуком [2], построена стохастическая модель, представленная системой нелинейных стохастических дифференциальных уравнений Ито

$$\begin{aligned}&\frac{dV}{dt} = \widetilde{\beta}V - \gamma FV + \sigma_1 V\xi_1(t,\omega), \quad \frac{dF}{dt} = \widetilde{\rho}C - \eta\gamma FV - \mu_f F + \sigma_2 C\xi_2(t,\omega),\\ &\frac{dC}{dt} = \alpha FV - \mu_c(C - C^*), \quad \frac{dm}{dt} = \sigma V - \mu_m m,\end{aligned} \tag{1}$$

дополненной соответствующими начальными условиями

$$V(0,\omega) = V_0(\omega), \quad F(0,\omega) = F_0(\omega), \quad C(0,\omega) = C_0(\omega), \quad m(0,\omega) = m_0(\omega), \tag{2}$$

где переменная $V = V(t)$ характеризует инфекционное начало (вирус), переменные $C = C(t)$, $F = F(t)$ — защитные силы организма (плазмоклетки, антитела), $0 \leqslant m(t) \leqslant 1$ — степень поражения организма, $\gamma > 0$, $\alpha > 0$, $\mu_c > 0$, $\mu_f > 0$, $\eta > 0$, $\sigma > 0$, $\mu_m > 0$, $C^* > 0$ — параметры модели, смысловые характеристики которых представлены в работе [2], $\widetilde{\beta}$, $\widetilde{\rho}$ — математическое ожидание коэффициентов β и ρ соответственно, $\xi_1(t,\omega)$, $\xi_2(t,\omega)$ — независимые случайные процессы, σ_1, σ_2 — постоянные, характеризующие степень влияния случайного возмущения на значение коэффициентов β и ρ.

Вектор состояния системы (1)–(2) представляет собой векторный случайный процесс $(V(t,\omega), F(t,\omega), C(t,\omega), m(t,\omega))$, $t \in [0,T]$, для нахождения которого разработан численный метод, предложенный Д. Ф. Кузнецовым [1], основанный на унифицированном разложении Тейлора–Ито до малых порядка 5/2 по повторным стохастическим интегралам с их последующей аппроксимацией с помощью полиномиальной системы функций.

На основе программной реализации численного метода при разных малых значениях параметров, характеризующих степень влияния случайного возмущения на значения коэффициентов, получены различные решения стохастической модели (1)–(2), траектории которых лежат внутри трубки, построенной в некоторой окрестности траектории решения детерминированной модели, с диаметром, определяемым отклонениями траекторий возмущенной системы от траектории детерминированной системы и зависимым от интенсивности возмущений параметров, при меньших значениях которых наблюдается меньшая флуктуация случайных колебаний. Если принять максимальное отклонение траекторий возмущенной системы от траекторий детерминированной системы на 4% допустимым, то можно считать, что возмущения коэффициентов, близкие к нулю, не являются существенными и для описания общих закономерностей развития инфекционных заболеваний можно использовать детерминированную модель.

Работа выполнена при поддержке гранта 08-06-81602а/у.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузнецов Д. Ф.* Численное моделирование стохастических дифференциальных уравнений и стохастических интегралов. СПб.: Наука, 1999.
2. *Марчук Г. И.* Математические модели в иммунологии. М.: Наука, 1980.