

Н. Н. Столяров, Н. И. Дедов (Самара, СамГТУ). **Некоторые алгоритмы исследования устойчивости и закритического поведения гибких оболочек и пластин.**

Для пологих оболочек на прямоугольном плане, нагруженных внешним давлением, целесообразно за основной параметр прослеживания равновесных состояний брать прогиб в центре. Параметр нагрузки при этом относится в группу искомых величин [1], [2].

Применение алгоритма, основанного на двухступенчатом методе [3] и задании в качестве основного параметра прогиба, приводит к значительным трудностям.

Построен алгоритм, дающий возможность исследовать закритическое поведение оболочек и определить критические нагрузки.

Рассмотрим сущность алгоритма.

Систему нелинейных разностных уравнений запишем в операторном виде

$$L_1(\bar{u}) = p\varphi(x, y) + L_2(\bar{u}), \quad (1)$$

где $\bar{u} = \{u_i, v_i, w_i\}$ для системы в перемещениях, $L_1(\bar{u})$ — линейный, а $L_2(\bar{u})$ — нелинейный операторы.

Систему (1) решаем методом последовательных приближений. Построим процесс итераций так, что, подсчитывая по известным приближениям $\bar{u}^\Phi$ члены, соответствующие $L_2(\bar{u})$, на каждой нелинейной итерации получаем линейную систему

$$L_1(\bar{u}) = p\varphi(x, y) + L_2(\bar{u}^\Phi), \quad (2)$$

где $L_2(\bar{u}^\Phi)$ играет роль дополнительной нагрузки. Линейную систему (2) можно рассматривать как параметрические уравнения прямой в n -мерном пространстве.

На каждой нелинейной итерации необходимо решить линейную систему (2). При этом параметр нагрузки p включается в число неизвестных, считая известным прогиб в центре. Процесс решения линейной системы при известном прогибе в центре состоит в следующем: 1) задавшись произвольным значением $p(1)$, находим решение $\bar{u}^{(1)} = \{u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, \dots, u_n^{(1)}\}$ системы (2); 2) найдем решение системы (2) при $p^{(2)} = kp^{(1)}$ и обозначим его $\bar{u}^{(2)} = \{u_1^{(2)}, u_2^{(2)}, \dots, u_n^{(2)}\}$. Коэффициент $k \approx 1,05 \div 1,1$ выбирался экспериментально. С одной стороны, он должен быть не слишком большим, чтобы $\bar{u}^{(1)}$ было хорошим приближением при решении системы для $p = p^{(2)}$, а, с другой стороны, разность $\bar{u}^{(2)} - \bar{u}^{(1)}$ отличалась от нуля; 3) получив две точки в n -мерном пространстве, составим уравнение прямой

$$\frac{u_1 - u_1^{(1)}}{u_1^{(2)} - u_1^{(1)}} = \frac{u_2 - u_2^{(1)}}{u_2^{(2)} - u_2^{(1)}} = \dots = \frac{u_n - u_n^{(1)}}{u_n^{(2)} - u_n^{(1)}}; \quad (3)$$

4) при всех значениях параметра p решением системы (2) является точка в n -мерном пространстве, принадлежащая прямой (3). Используем это для определения p по заданному прогибу в центре. Пусть $u_1 = u_1^0$ — прогиб в центре. Найдем остальные неизвестные, подставляя u_1^0 в (3):

$$\frac{u_1^0 - u_1^{(1)}}{u_1^{(2)} - u_1^{(1)}} = \alpha, \quad u_2^{(3)} = u_2^{(1)} + \alpha(u_2^{(2)} - u_2^{(1)}), \quad \dots, \quad u_n^{(3)} = u_n^{(1)} + \alpha(u_n^{(2)} - u_n^{(1)});$$

5) для определения параметра p , соответствующего точке $\bar{u}^{(3)} = (u_1^0, u_2^{(3)}, \dots, u_n^{(3)})$, достаточно $\bar{u}^{(3)}$ подставить в любое из уравнений системы (2), содержащее параметр p и из него найти p .

Одна нелинейная итерация закончена, когда для заданного значения прогиба в центре решена система (2) и найден параметр p .

Алгоритм позволяет в качестве основного параметра брать перемещение в любом узле сетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корнишин М. С., Столяров Н. Н.* Большие прогибы прямоугольной в плане пологой цилиндрической панели с неподвижными краями. — В кн.: Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Казанский ун-т, 1970.
2. *Корнишин М. С., Столяров Н. Н., Дедов Н. И.* Большие прогибы прямоугольных в плане пластин и оболочек из нелинейно упругого материала. — В кн.: Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Казанский ун-т, 1972, № 9, с. 157–168.
3. *Дьяконов Е. Г., Столяров Н. Н.* О реализации эффективных итерационных методов для разностных статических задач теории упругости и пластичности. — Материалы V-й Всесоюзной конференции. Новосибирск, 1978, ч. II, с. 55–75.