Т. А. Зубайраев (Москва, МГУ). **Оценка функций концентрации в асимптотическом анализе U-статистик.**

Пусть $X, \overline{X}, X_1, X_2, \ldots, X_N$ — одинаково распределенные случайные величины, принимающие значения в произвольном измеримом пространстве $(\mathfrak{X}, \mathfrak{B})$. Пусть ϕ_1: $\mathfrak{X} \to \mathbf{R}$ и ϕ: $\mathfrak{X}^2 \to \mathbf{R}$ — измеримые функции, принимающие вещественные значения. Предположим, что ϕ симметрична, т. е. $\phi(x, y) = \phi(y, x)$, для любых $x, y \in \mathfrak{X}$ и q_i – i-е по порядку собственное значение оператора. Предположим, что

$$\mathbf{E}\,\phi_1(X) = 0, \quad \mathbf{E}\,\phi(x, X) = 0, \quad \text{для всех} \quad x \in \mathfrak{X}, \quad \mathbf{E}\,\phi(x, X) < \infty, \quad \mathbf{E}\,\phi_1^2(X) < \infty.$$

Рассмотрим функцию концентрации U-статистики T_*

$$Q(T_*; \lambda) = \sup_x \mathbf{P}\,\{x \leqslant T_* \leqslant x + \lambda\}, \quad \lambda \geqslant 0,$$

$$T_* = \sum_{1 \leqslant i < k \leqslant N} \phi(X_j, X_k) + f_1(X_1, \ldots, X_M) + f_2(X_{M+1}, \ldots, X_N), \quad 1 \leqslant M \leqslant N/2,$$

где $f_1 = f_1(X_1, \ldots, X_M)$ — произвольная статистика, зависящая только от $X_1, \ldots, X_M$, $f_2 = f_2(X_{M+1}, \ldots, X_N)$ — также произвольная статистика, но не являющаяся зависимой от $X_1, \ldots, X_M$. Итоговый результат сформулирован в виде теоремы.

Теорема. *Пусть* $q_9 \neq 0$, *тогда* $Q(T_*; \lambda) \ll C_1 \max\{\lambda; m_0\}/M$, *где*

$$m_0 \asymp \mathbf{E}|X|^4 q_1^2 / q_9^4, \quad C_1 \leqslant c(|q_9|^{-9} + \max\{1, q_9^{-18}\}).$$

Замечание. Ранее аналогичная оценка была получена в работе Bentkus, Götze [1] с оценкой константы C_1, экспоненциально зависящей от q_9: $C_1 \leqslant \exp\{c'/|q_9|\}$. Оценка в теореме имеет порядок q_9^{-18} и была получена путем замены условий невырожденности, используемых в [1], на условия из работы Ульянова и Gotze [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bentkus V.*, *Götze F.* Optimal bounds in non-Gaussian limit theorems for U-statistics. — Ann. Probab., 1999, v. 27, № 1, p. 454–521.
2. *Ulyanov V.*, *Götze F.* Uniform approximations in the CLT for balls in euclidian spaces. University of Bielefeld, 2000.
3. *Bogatyrev S. A.*, *Götze F.*, *Ulyanov V, V.* Non-uniform bounds for short asymptotic expansions in the CLT for balls in a Hilbert space. — Journal of Multivariate Analysis, 2006, v. 97, p. 2041–2056.