

А. С. Иванов, Л. И. Миронова (Подольск, РОНЦ МГОУ). **Моделирование температурного изгиба пластины.**

Неоднородная температура в пластине приводит к появлению термонапряжений и изгибающих температурных моментов. Подобные задачи возникают в инженерных конструкциях различного функционального назначения. В качестве иллюстративного примера достаточно упомянуть элементы конструкции оснастки при изготовлении изделий методом литья [1]. Целью данного сообщения является аналоговое моделирование температурного прогиба пластины. Сущность математической аналогии заключается в идентичности математических формулировок задачи термоупругости для пластины и задачи прогиба пластины под действием распределенной нагрузки [2].

Температурный прогиб защемленной прямоугольной пластины определяется из решения бигармонического уравнения

$$\Delta\Delta w = -\frac{1}{D(1-\nu)}\Delta M_T, \quad w = \frac{\partial w}{\partial n} = 0 \quad \text{на внешнем контуре,} \quad (1)$$

где w — прогиб пластины, ν — коэффициент Пуассона, D — жесткость пластины. Величина M_T определяется из выражения $M_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} Tz \, dz$, где α — коэффициент линейного расширения, E — модуль Юнга, h — толщина пластины, $T(x, y, z, t)$ — температура пластины. Жесткость пластины определяется обычным образом: $D = Eh^3/(12(1-\nu^2))$.

При известном распределении температуры из решения задачи (1) получаем температурный прогиб защемленной прямоугольной пластины. Однако решение данной задачи в общем виде представляет собой определенные математические трудности. Поэтому используют экспериментальный метод. Задача прогиба жестко защемленной пластины идентичной конфигурации под действием распределенной нагрузки математически формулируется следующим образом:

$$\Delta\Delta w = -\frac{P(x, y, t)}{D}, \quad w = \frac{\partial w}{\partial n} = 0 \quad \text{на внешнем контуре,} \quad (2)$$

где $P(x, y, t)$ — распределенная нагрузка. Остальные обозначения соответствуют принятым ранее.

Математическая аналогия задачи (1) и (2) позволяет определить функциональную зависимость распределенной нагрузки $P(x, y, t) = -\Delta M_T/(1-\nu)$.

Несомненным достоинством предложенного метода является сведение термоупругой задачи к изотермической. Экспериментальная реализация метода может осуществляться на модельной пластине при комнатной температуре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов С. Д., Миронова Л. И. Температурные поля в опорной плите при изготовлении изделий методом литья. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 2, с. 339-340.
2. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М: Мир, 1964.