В. А. К а л и т в и н (Липецк, ЛГПУ). **Комбинированный метод приближенного решения уравнений Вольтерра–Фредгольма с частными интегралами.**

Различные задачи механики сплошных сред приводятся к частным случаям интегрального уравнения Вольтерра–Фредгольма с частными интегралами

$$x = (L + M + N)x + f, \tag{1}$$

где $(Lx)(t,s) = \int_a^t l(t,s,\tau)x(\tau,s)\,d\tau$, $(Mx)(t,s) = \int_c^d m(t,s,\sigma)x(t,\sigma)\,d\sigma$, $(Nx)(t,s) = \int_a^t \int_c^d n(t,s,\tau,\sigma)x(\tau,\sigma)\,d\tau\,d\sigma$, $t \in [a,b]$, $s \in [c,d]$, f, l, m, n — функции, заданные и измеримые на $D = [a,b] \times [c,d]$, $D \times [a,b]$, $D \times [c,d]$, $D \times D$ — соответственно [1], [2]. Точное решение уравнения (1) находится редко. Непосредственное применение для его численного решения метода, аналогичного хорошо известному для интегральных уравнений Фредгольма второго рода методу механических квадратур, требует обоснования, так как уравнение (1) принципиально отличается от интегральных уравнений Фредгольма второго рода (из-за отсутствия свойства компактности у операторов L и M) [2]. В связи с этим в докладе рассматривается схема решения уравнения (1) с непрерывными заданными функциями, основанная на применении комбинированного метода итераций и метода кубатур, причем предполагается обратимость оператора $I - M$, обычно имеющаяся в прикладных задачах. При таких условиях уравнение (1) равносильно в пространстве непрерывных функций $C(D)$ уравнениям $x = (I - M)^{-1}(I-L)^{-1}LMx + g$ и $x = (I-L)^{-1}(I-M)^{-1}MLx + h$, где $g = (I-M)^{-1}(I-L)^{-1}f$, $h = (I-L)^{-1}(I-M)^{-1}f$. В силу [2] $(I-M)^{-1}x(t,s) = x(t,s) + \int_c^d r_m(t,s,\sigma)x(t,\sigma)\,d\sigma \equiv (I+R_m)x(t,s)$, $(I-L)^{-1}x(t,s) = x(t,s) + \int_a^t r_l(t,s,\tau)x(\tau,s)\,d\tau \equiv (I+R_l)x(t,s)$, где r_m и r_l — непрерывные резольвентные ядра. Поэтому последние два уравнения являются интегральными уравнениями второго рода: $x = (I + R_m)(I + R_l)LMx + g$ и $x = (I + R_l)(I + R_m)MLx + h$ с непрерывными ядрами. Более того, спектральные радиусы операторов $(I + R_m)(I + R_l)LM$ и $(I + R_l)(I + R_m)ML$ равны нулю. Следовательно, эти уравнения обратимы, а их решения могут быть найдены методом итераций, при применении которого интегралы вычисляются по выбранным кубатурным формулам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Appell J. M.*, *Kalitvin A. S.*, *Zabeejko P. P.* Partial integral operators and integro-differential equations. New York: Marcel Dekker, 2000, 560 p.
2. *Калитвин А. С.*, *Калитвин В. А.* Интегральные уравнения Вольтерра и Вольтерра–Фредгольма с частными интегралами. Липецк: ЛГПУ, 2006, 177 с.