Е. И. Назарова, **А. В. Келлер** (Челябинск, ЮУрГУ). **Численное решение задачи жесткого стартового управления для системы уравнений леонтьевского типа.**

Пусть L и M — квадратные матрицы порядка n, $\det L = 0$, а M является L-регулярной (т. е. $\exists\lambda \in \mathbf{C}$: $\det(\lambda L - M) = 0$), $\tau \in \mathbf{R}_+$. В пространстве управлений $H^r(\mathbf{U})$, $r \in \{0, 1, \ldots, p\}$ выделим замкнутое выпуклое множество H_∂ — множество допустимых управлений.

Рассматривается задача жесткого стартового управления

$$J(v) = \min_{x \in H^1} J(x) = \min_{x \in H^1} \sum_{q=0}^{1} \int_0^\tau \left\| z^{(q)}(t) - z_0^{(q)}(t) \right\|_{\mathfrak{N}}^2 dt \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = u$ для системы леонтьевского (балансового) типа

$$L\dot{x}(t) = Mx(t) + y(t), \tag{2}$$

где $z(t) = Cx(t)$ есть фактическое наблюдение, а $z_0(t)$ — плановое, желаемое наблюдение.

Вектор-функция $u \in H_\partial$, для которой выполняется условие (1), называется *оптимальным управлением*, $\|\cdot\|_{\mathfrak{N}}$ — евклидова норма в пространстве $\mathbf{R}^n$.

В рассматриваемой задаче функционал и уравнение не содержат управления в явном виде, здесь управление — это начальные условия. С экономической точки зрения — это задача достижения плановых показателей, при которой объем средств для этого незначим и выделяется он единожды, в начале.

В основу решения задачи (1)–(2) положены методы фазового пространства и разрешающих групп операторов [1]. В [2] доказана теорема о существовании и единственности решения задачи жесткого стартового управления в более общем случае. Алгоритм численного решения задачи стартового управления системой (2) с начальным условием Шоуолтера–Сидорова представлен в [3].

В докладе представляется численное решение задачи жесткого стартового управления (1)–(2) системой леонтьевского типа с начальным условием Коши, алгоритм нахождения которого сводится к двум этапам. На первом этапе находится проекция произвольных начальных условий на фазовое пространство. Для этого решаем задачу $\|\widetilde{x} - \widetilde{x}_0\|^2 \to \min$, где $\widetilde{x}$ — произвольные начальные условия, а $\widetilde{x}_0$ — проекция начальных условий на фазовое пространство. Эта задача сводится к следующей:

$$\left\| (I-P)\widetilde{x}_0 + \sum_{k=0}^{p} (M^{-1}(I-Q)L)^k M^{-1}(I-Q)\frac{d^k}{dt^k} y(0) \right\|^2 \to 0.$$

Алгоритм минимизации функций нескольких переменных позволит найти решение $\widetilde{x}_0$.

Этап 2 заключается в поиске управления в виде многочлена, при котором достигается минимум функционала. Обозначим $\widehat{u}_m$ m-е приближение — вектор-функцию, дающую наименьшее значение функционала J. Определив значения параметров $\widehat{a}_{11}, \widehat{a}_{12}, \ldots, \widehat{a}_{nm}$, дающие минимум функции $J(a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{nm})$, получаем приближенное решение $\widehat{u} = \Phi(\widehat{a}_{11}, \widehat{a}_{12}, \ldots, \widehat{a}_{nm})$.

Теорема. *Пусть Φ_m всюду плотно в H_∂, тогда $J(\widehat{u}_m) \to J(v)$ при $m \to \infty$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sviridyuk G. A.*, *Fedorov V. E.* Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semi-groups of Operators. Utrecht etc.: VSP, 2003.
2. *Федоров В. Е.*, *Плеханова М. В.* Задача оптимального управления для одного класса вырожденных уравнений. — Изв. РАН. Сер. теория и системы управления, 2004, № 5, с. 40–44.
3. *Келлер А. В.* Численное решение задачи стартового управления для системы уравнений леонтьевского типа. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 2, с. 345–346.