

И. С. Козак, В. И. Масол (Киев, КНУ). **О скорости сходимости распределения числа l -степеней случайного двоичного вектора к пуассоновскому распределению.**

Рассмотрим совокупность $\Omega(m_0, m_1)$ всех n -мерных векторов, каждый из которых содержит m_0 нулей и m_1 единиц, $m_0 + m_1 = n$, $m_0 \geq 0$, $m_1 \geq 0$. Пусть $\eta_n(l)$ — число таких пар компонент (f_i, f_j) вектора $f = (f_1, \dots, f_n)$, случайно и равновероятно выбранного из $\Omega(m_0, m_1)$, что $f_i > f_j$, $j = i+l$, $i, j \in \{1, \dots, n\}$, где $l = l(n)$ — целое число, $0 < l \leq n-1$. Каждую из указанных пар будем называть l -ступенью, так что $\eta_n(l)$ — число l -степеней в векторе f . Нас интересуют оценки распределения случайной величины $\eta_n(l)$ при $n \rightarrow \infty$. Для $l = 1$ указанные оценки найдены в [1]. В работе [2] установлена сходимость распределения $\mathbf{P}\{\eta_n(l) = m_\gamma - k\}$, $\gamma \in \{1, 0\}$, к пуассоновскому распределению для фиксированного k при $n \rightarrow \infty$ без указания скорости сходимости. Заметим, что в условиях приводимой ниже теоремы 1 сближение распределения случайной величины $\eta_n(l)$ с пуассоновским имеет порядок $O(\sqrt{lk} \ln n/n^{1/4})$, $n \rightarrow \infty$.

Теорема 1. Если выполняются условия $m_0 = \alpha_0 n$, $m_1 = \alpha_1 n$, $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$, $\alpha_0, \alpha_1 > 0$, и при $n \rightarrow \infty$ для любого $\gamma \in \{1, 0\}$: $\alpha_\gamma \rightarrow 0$, $m_\gamma \rightarrow \infty$, $0 < \lambda < \infty$, $k^3 l^3 \ln m_\gamma / m_\gamma \rightarrow 0$, где $\lambda = (\alpha_0 \alpha_1)^2 n$, $k = k(n)$ — целое число, $k > 0$, то

$$A(m_\gamma, l, k) - C(m_\gamma, l, k) \leq \mathbf{P}\{\eta_n(l) = m_\gamma - k\} - e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \leq B(m_\gamma, l, k) + D(m_\gamma, l, k),$$

$n \rightarrow \infty$, где

$$A(m_\gamma, l, k) = \frac{(3\lambda - 6k)F}{1 - (3\lambda - 6k)F}, \quad C(m_\gamma, l, k) = 2 \frac{l^{3/2}}{m_\gamma^{k/2+1}} \left(1 - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2}\right),$$

$$B(m_\gamma, l, k) = \frac{(3\lambda + 6k)F}{1 - (3\lambda + 6k)F}, \quad D(m_\gamma, l, k) = 2 \frac{l^{k+3/2}}{m_\gamma^{k/2+1}},$$

$$\varepsilon = (3\lambda - 6k)F + \frac{(k-1)k}{2m_\gamma}, \quad F = \sqrt{\frac{l(k+1) \ln m_\gamma}{m_\gamma}}.$$

Теорема 2. В условиях теоремы 1

$$A_1(m_\gamma, l, k) \leq \frac{\mathbf{P}\{\eta_n(l) = m_\gamma - k\}}{e^{-\lambda} \lambda^k / k!} \leq B_1(m_\gamma, l, k) + D(m_\gamma, l, k),$$

$n \rightarrow \infty$, где $B_1(m_\gamma, l, k) = \exp\{(3\lambda + 6k)F\}$,

$$A_1(m_\gamma, l, k) = \exp\left\{(3\lambda - 6k)F - \frac{k(k-1)}{2m_\gamma}\right\} \left(1 - 2 \frac{l^{3/2}}{m_\gamma^{k/2+1}}\right).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kozak I.S. Higher and lower estimates of distribution of number of grades in random $(0, 1)$ -vector. — In: The 7th International Interdisciplinary Young Scientists Conference «Shevchenkivska Vesna 2009». Kyiv: Kyiv National Taras Shevchenko Univ.
2. Масол В.И. Асимптотическое поведение некоторых статистик $(0, 1)$ -вектора. — Теория вероятн. и матем. статистика, 1990, в. 43, с. 83–90.