

Г. Ф. Сафина (Нефтекамск, НФ БашГУ). **Исследование спектра частот крутильных колебаний механической системы с тремя зубчатыми передачами.**

Современные механизмы и машины трудно представить без зубчатых передач, которые являются их важнейшими элементами. Колебаниям систем с зубчатыми передачами посвящено много работ, в том числе [1], [2]. Целью работы, представленной в данном сообщении, является исследование зависимости спектра частот крутильных колебаний механической системы с тремя зубчатыми передачами от таких характеристик, как моменты инерции масс шестерен и жесткостей участков вала на кручении.

Рассмотрена система с тремя зубчатыми передачами, для которой энергетическим методом получена система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + k_1(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0, \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - k_1(\varphi_1 - \varphi_2) + k_2(\varphi_2 - \varphi_3) &= 0, \\ I_3 \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} - k_2(\varphi_2 - \varphi_3) + k_3(\varphi_3 - \varphi_4) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь I_1, I_2, I_3 — моменты инерции масс шестерен, k_1, k_2 — жесткости участков вала на кручении. Стандартными способами, подставляя решения $\varphi_1 = M_1 \sin(pt + \alpha)$, $\varphi_2 = M_2 \sin(pt + \alpha)$, $\varphi_3 = M_3 \sin(pt + \alpha)$ в систему (1), получаем частотное уравнение

$$p^4 - \left(k_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} + k_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \right) p^2 + k_1 k_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} = 0. \quad (2)$$

Корни уравнения (2) соответствуют двум главным видам колебаний: низшему, имеющему один узел колебаний (две соседние шестерни вращаются в одну сторону), и высшему, имеющему два узла колебания (крайние шестерни вращаются в одну сторону).

Анализ решения прямой задачи для такой механической системы показывает, что увеличение жесткостей вала на кручении ведет к увеличению собственных частот колебаний системы. В таб. 1, например, приведены значения частот p_1 и p_2 , соответствующие одновременно увеличивающимся значениям жесткостей k_1 и k_2 участков вала на кручении при известных моментах инерции масс шестерен: $I_1 = 0,2 \text{ Н м с}^2$, $I_2 = 0,3 \text{ Н м с}^2$, $I_3 = 0, \text{ Н м с}^2$. Подобная зависимость собственных частот колебаний получается и при увеличении значений жесткости одной и фиксированном значении жесткости другой шестерни.

Таблица 1. Зависимость собственных частот p_1 и p_2 от одновременно меняющихся жесткостей k_1 и k_2 участков вала на кручении

k_1 , кН м	k_2 , кН м	p_1 , с^{-1}	p_2 , с^{-1}
0,1	0,1	0,816	1,225
0,3	0,3	1,414	2,212
0,5	0,5	1,826	2,739

Исследования показали также, что при увеличении моментов инерции масс шестерен, спектр частот крутильных колебаний, наоборот, уменьшается. В табл. 2, например, дана зависимость собственных частот колебаний от момента инерции массы третьей шестерни. Здесь приняты следующие жесткости вала на кручении: $k_1 = 0,1 \text{ кНм}$, $k_2 = 0,2 \text{ кНм}$.

Таблица 2. Зависимость собственных частот p_1 и p_2 от моментов инерции I_1 , I_2 , I_3 масс шестерен

$I_1, \text{Н м с}^2$	$I_2, \text{Н м с}^2$	$I_3, \text{Н м с}^2$	$p_1, \text{с}^{-1}$	$p_2, \text{с}^{-1}$
0,1	0,1	0,1	1,126	2,175
0,1	0,1	0,3	0,938	1,946
0,1	0,1	0,5	0,878	0,904

Проведенные исследования спектра частот необходимы при решении обратной задачи диагностирования характеристик системы по известному спектру частот, а также при решении задачи сохранения безопасного спектра частот при изменениях параметров системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М.: Физматгиз, 1959.
2. Бабаков И. В. Теория колебаний. М: Дрофа, 2004.