

А. А. Б у т о в, М. А. В о л к о в, А. А. В о л к о в (Ульяновск, УлГУ).
Одна задача оценивания момента разрядки конденсатора точечного процесса.

В прикладных исследованиях часто возникает необходимость определять, в какой момент времени произошла смена характеристик изучаемого объекта. Решение такого рода задач сводится к обнаружению момента разрядки конденсатора точечного процесса.

Пусть задан стохастический базис $\mathbf{B}_T = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]}, \mathbf{P})$ с обычными условиями Деллашери, на котором задан точечный процесс $A = (A_t)_{t \geq 0}$. В момент τ (момент остановки относительно \mathbf{B}_T) происходит разрядка с вероятностью

$$\mathbf{P} \{ \tau \leq x \} = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \in [0, T], \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

и с вероятностью $e^{-\lambda T}$ разрядка не происходит.

Точечный процесс $A = (A_t)_{t \geq 0}$ имеет компенсатор $\tilde{A}_t = \int_0^t (\gamma + \alpha I \{ \tau \leq s \}) ds$.

Задача заключается в оценивании момента τ . Для ее решения сформулированы следующие результаты.

Лемма. *Приближение момента разрядки τ процесса $A = (A_t)_{t \geq 0}$ при $t \in [0, T]$, определяемое формулой*

$$\hat{\tau}_2 = \hat{\tau}_1 + \frac{e^{-\lambda T}}{\lambda} = \frac{(\gamma + \alpha)T - A_T}{\alpha} + \frac{e^{-\lambda T}}{\lambda},$$

является несмещенным, т. е. выполняется условие $\mathbf{E} \hat{\tau}_2 = \mathbf{E} \tau$.

Следствие. *Приближение момента разрядки τ процесса $A = (A_t)_{t \geq 0}$ при $t \in [0, T]$, определяемое формулой*

$$\hat{\tau}_1 = \frac{(\gamma + \alpha)T - A_T}{\alpha}, \quad \hat{\tau}_1 = \hat{\tau}_1(T),$$

является асимптотически несмещенным при $T \rightarrow \infty$, т. е. выполняется условие $\mathbf{E} \hat{\tau}_1 - \mathbf{E} \tau \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0$.

Теорема. *Условное математическое ожидание момента разрядки τ конденсатора процесса $A = (A_t)_{t \geq 0}$ определяется формулой*

$$\hat{\tau} = \mathbf{E}(\tau | \mathcal{F}_t^A) = \frac{(\gamma + \alpha)t - A_t}{\alpha} \pi_t + \left(t + \frac{1}{\lambda} \right) (1 - \pi_t),$$

где $\pi_t = \mathbf{P} \{ \tau \leq t | \mathcal{F}_t^A \}$.

При численной оценке $\hat{\tau}$ на основе приведенной теоремы используются эмпирические приближения для π_t .

Результаты работы использованы для анализа изменений частот появления инцидентов авиационных происшествий.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проекты 08-01-97009-р_поволжье_а, 08-01-97010-р_поволжье_а.