Н. А. Баранов, **В. А. Конуркин** (Москва, ВЦ РАН, ВВА). **Покрытие конечного множества точек на плоскости эллипсоидальными множествами.**

Рассматривается алгоритм построения покрытия конечного множества точек системой эллипсоидальных множеств.

Выберем произвольную точку из множества ненакрытых точек $\{\mathbf{r}'^{(l)}_{i_1}, \dots, \mathbf{r}'^{(l)}_{i_l}\}$ как центр l-го эллипса: $\mathbf{r}_0^{(l,s)} = \mathbf{r}_{\text{new}}^{(l,s)}$. Угловое положение l-го эллипса положим равным нулю. Рассмотрим произвольный шаг s итерационной процедуры. Если $s = 1$, то определяется совокупность точек, лежащих в круге с центром в точке $\mathbf{r}_0^{(l,s)}$ и диаметром r_x, равным диаметру эллипсоидального множества

$$\{\mathbf{r}_{i_1}^{(l,1)}, \dots, \mathbf{r}_{i_l}^{(l,1)}\} \subset C(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{01}^{(l)}, r_x).$$

Если $s > 1$, то определяется совокупность точек, принадлежащих l-му эллипсу на шаге s итерационной процедуры:

$$\{\mathbf{r}_{i_1}^{(l,s)}, \dots, \mathbf{r}_{i_l}^{(l,s)}\} \subset S(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s}^{(l)}, \varphi_s^{(l)}).$$

Определяется новое положение центра l-го эллипса (для шага $s+1$):

$$\mathbf{r}_{\text{new}}^{(l,s+1)} = \Big[\sum_{p \in \{i_1,\dots,i_l\}} 1\Big]^{-1} \sum_{p \in \{i_1,\dots,i_l\}} \mathbf{r}_p^{(l,s)},$$

где сумма $\sum_{p \in \{i_1,\dots,i_l\}} 1$ определяет число точек, попавших в l-й эллипс.

Определяется новое угловое положение l-го эллипса (для шага $s+1$):

$$\varphi_{s+1,\text{new}}^{(l)} = \operatorname{arctg}\Big\{\Big[\sum_{p \in \{i_1,\dots,i_l\}} \Big(x_p^{(l,s)} - x_{\text{new}}^{(l,s+1)}\Big)^2\Big]^{-1} \times \sum_{p \in \{i_1,\dots,i_l\}} (y_p^{(l,s)} - y_{\text{new}}^{(l,s+1)})(x_p^{(l,s)} - x_{\text{new}}^{(l,s+1)})\Big\}.$$

Определение углового положения эллипса на первом шаге итерационной процедуры на основе координат точек, попадающих в круг, который описывает эллипс, позволяет избежать следующей ситуации. При начальном положении эллипса в него может попадать только одна точка, что будет соответствовать ситуации определения окончательного положения эллипса. При этом может оказаться, что непосредственно рядом с эллипсом находятся непокрытые точки, которые малым изменением углового положения могут быть включены в эллипс.

Условием окончания работы алгоритма является выполнение неравенства $|\mathbf{r}_{\text{new}}^{(l,s+1)} - \mathbf{r}_0^{(l,s)}| + \alpha|\varphi_{s+1,\text{new}}^{(l)} - \varphi_s^{(l)}| \leqslant \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — заданная точность, а $\alpha > 0$ — весовой коэффициент, учитывающий различие в масштабах измерительных шкал линейных и угловых перемещений.

После того, как положение l-го эллипса определено, точки, попавшие в него, исключаются из дальнейшего рассмотрения. Если после исключения этих точек множество оставшихся непокрытых точек непусто, то алгоритм повторяется снова для определения положения следующего $(l+1)$-го эллипса.