А. С. А д а м ч у к, **М. И. С у г а к о в**, **И. А. К у н и ц и н** (Ставрополь, СевКавГТУ). **Влияние бесконечно проницаемых трещин на течение жидкости к скважине.**

Решается задача о влиянии трещин техногенного характера на производительность скважины в пласте с радиальной анизотропией. K трещин представлены отрезками, полярные координаты начал и концов которых задаются как $A_k = (l_1, \alpha_k)$ и $B_k = (l_2, \alpha_k)$ соответственно, $\alpha_k = \frac{2\pi k}{K}$ $(k = 0, \ldots, K-1)$.

Благодаря бесконечной проницаемости, давление жидкости в трещинах постоянно. Оно считается заданным и равным φ_{fr}. Давления на стенке круговой скважины, центр которой совмещен с началом координат, и на круговом контуре питания, постоянны и равны φ_w и φ_b соответственно.

Двумерную задачу в случае стационарного течения жидкости описывает следующая система из уравнения и граничных условий

$$\sqrt{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} = 0, \tag{1}$$

$$\varphi|_{r=r_w} = \varphi_w, \tag{2}$$

$$\varphi|_{r=R} = \varphi_b, \tag{3}$$

$$\varphi|_{(r,\theta)\in[A_k;B_k]} = \varphi_{fr}. \tag{4}$$

Здесь $r_w < l_1 < l_2 < R$. Параметр $\varepsilon = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$ задает отношение главных проницаемостей пористой среды фильтрации.

Поскольку вся область состоит из частей, получающихся поворотом и отражением части кольца ($r \in [r_w, R]$, $\theta \in [0, \frac{\pi}{K}]$), то достаточно построить только решение для этой подобласти.

Проводится замена $r' = \frac{r}{\sqrt{\varepsilon}}$, $\theta' = \theta\sqrt{\varepsilon}$, в результате которой уравнение (1) принимает вид лапласиана в полярных координатах. Затем применяется конформное отображение $\zeta = \ln z - \left(\ln\frac{r_w}{\sqrt{\varepsilon}} + i\frac{\pi}{K}\sqrt{\varepsilon}\right)$. При этом рассматриваемая подобласть преобразуется в прямоугольник $CODE$; трещина представлена отрезком AB.

$$\begin{aligned} &C = (0,-b), \quad O = (0,0), \quad D = (a,0), \quad E = (a,-b),\\ &A = (x_1,-b), \quad B = (x_2,-b); \end{aligned} \tag{5}$$

$$a = \ln\left(\frac{R}{r_w}\right), \quad b = \frac{\pi}{K}\sqrt{\varepsilon}, \quad x_1 = \ln\left(\frac{l_1}{r_w}\right), \quad x_2 = \ln\left(\frac{l_2}{r_w}\right). \tag{6}$$

Получается следующая краевая задача со смешанными граничными условиями

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0, \tag{7}$$

$$\varphi|_{CO} = \varphi_w, \quad \varphi|_{DE} = \varphi_b, \tag{8}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_{OD} = 0, \tag{9}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_{CA} = 0, \quad \varphi|_{AB} = \varphi_{fr}, \quad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_{BE} = 0. \tag{10}$$

Решение задачи в последней формулировке может быть найдено, например, методом Фурье. Решение ищется в виде $\Phi(x,y) = \Phi_1 + \Phi_2$, где функция Φ_1 удовлетворяет граничным условиям (8) на CO и DE, вдоль OD и CE действуют условия непротекания.

Для Φ_2 на CO и DE заданы однородные граничные условия $\Phi_2|_{x=0} = \Phi_2|_{x=a} = 0$, на AB эта функция должна принимать значения $\Phi_2|_{AB} = \varphi_{fr} - \Phi_1|_{AB}$.

После разделения переменных находится общий вид решений

$$\Phi_1 = \frac{\varphi_b - \varphi_w}{a} x + \varphi_w, \tag{11}$$

$$\Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right) \mathrm{ch}\left(\frac{\pi n}{a} y\right). \tag{12}$$

В формуле (12) параметры A_n должны быть выбраны так, чтобы Φ_2 удовлетворяла условиям на границе CE. Эти параметры находятся следующим образом: левая часть условия $\frac{\partial \Phi_2}{\partial y}|_{y=-b} = 0$ разлагается в ряды Фурье на отрезках CA и BE, и коэффициенты линейно независимых частей приравниваются к 0; левая и правая части условия $\Phi_2(x, -b) = \varphi_{fr} - \Phi_1(x)$, действующего на AB, разлагаются в ряды Фурье на том же отрезке, после чего соответствующие коэффициенты приравниваются. Получается система уравнений вида

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_{kn} A_n \mathrm{ch}\left(\pi n \frac{b}{a}\right) = a_k, \tag{13}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_{kn} n\, A_n \mathrm{sh}\left(\pi n \frac{b}{a}\right) = 0, \tag{14}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} d_{kn} n\, A_n \mathrm{sh}\left(\pi n \frac{b}{a}\right) = 0, \tag{15}$$

где значения коэффициентов a_k, b_{kn}, c_{kn} и d_{kn} известны, $k = 0, \ldots, \infty$.

Рассмотрение системы вида (13)–(15) с конечным числом неизвестных A_n и конечным числом уравнений приводит, к, строго говоря, некорректной задаче. Однако коэффициенты A_n, находимые методом наименьших квадратов из усеченных систем уравнений, обеспечивают вычисление интегральных характеристик с точностью, сравнимой с точностью решений конечно-разностным методом [2] и методом конечных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голубева О. В.* Курс механики сплошных сред. М.: Высшая школа, 1972, 368 с.
2. *Гришаев А.Г.*, *Жерновой А.Д.*, *Сугаков М.И.*, *Цевменко А.А.* Математическая модель фильтрации несжимаемой жидкости к круговой совершенной скважине в радиально-анизотропной среде с учетом влияния бесконечно тонкого включения. — Деп. в ВИНИТИ 23.06.06, № 838-В2006.