

**Е. И. Беликова, Р. Б. Зайнетдинов** (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении движением механической системы с циклическими координатами.**

Пусть положение голономной механической системы определяется  $n$  обобщенными координатами  $(q_1, q_2, \dots, q_n) = \mathbf{q}'$  из которых первые  $k$  координат являются позиционными, остальные  $(n - k)$  — циклическими,  $\mathbf{q}' = (\mathbf{q}^1, \mathbf{q}^2)$ , т. е. кинетическая энергия системы не зависит явно от  $\mathbf{q}^2$ ,  $T = T(t, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}^1)$ .

Уравнения движения такой системы могут быть приведены к уравнениям Рауса вида [1, 2]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial R_2}{\partial \dot{\mathbf{q}}^1} \right) - \frac{\partial R_2}{\partial \mathbf{q}^1} = Q^1 + U^1, \quad \frac{d\mathbf{p}^2}{dt} = Q^2 + U^2, \quad (1)$$

где  $R_2$  — положительно определенная квадратичная форма по  $\dot{\mathbf{q}}^1$ ,  $\mathbf{p}^2$  — обобщенные импульсы, соответствующие координатам  $\mathbf{q}^2$ ,  $U = (U^1, U^2)$  — управляющие воздействия,  $Q = (Q^1, Q^2)$  — обобщенные силы, включая инерционные.

Среди возможных программных движений системы (1) к числу наиболее используемых относятся движения вида

$$\dot{\mathbf{q}}^1 = \dot{\mathbf{q}}_0^1(t), \quad \mathbf{q}^1 = \mathbf{q}^1(t), \quad \mathbf{p}^2 = \mathbf{p}^2(t). \quad (2)$$

Использованием результатов из [3] показано, что эффективность решения задачи о приведении возмущенных движений системы (1) к программному (2) за конечный промежуток времени достигается использованием управления типа

$$U_l^1 = -\mu_l \operatorname{sign}(\dot{y}_l + \alpha_l \sqrt{\|y_l\|} \operatorname{sign} q_l), \quad y_l = \mathbf{q}_l^1 - \mathbf{q}_l^2(t) \quad (l = 1, 2, \dots, k),$$

$$U_s^2 = -\mu_s \operatorname{sign}(p_s^2 - p_s^2(t)) \quad (s = k + 1, k + 2, \dots, n).$$

Проводится математическое моделирование такого процесса управления в конкретных прикладных задачах.

Работа выполнена при финансовой поддержке АВИЦ «Развитие научного потенциала высшей школы» (2.1.1/6194) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.» (НК-408П, П/2230).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Румянцев В. В., Андреев А. С. О стабилизации движения нестационарной управляемой системы. — Докл. Академии наук, 2007, т. 416, № 5.
2. Андреев А. С., Беликова Е. И. Задача о синтезе управления в автономной нелинейной системе. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 4, с. 652–653.
3. Андреев А. С., Беликова Е. И. Метод знакопостоянных функций Ляпунова в задачах о стабилизации и синтезе управления для нелинейной управляемой системы. — Автоматизация процессов управления, 2009, № 1(15), с. 52–59.