

В. И. Афанасьев (Москва, МИАН). **Принцип инвариантности для критического процесса Гальтона–Ватсона, достигающего высокого уровня.**

Пусть $Z_0 = 1, Z_1, Z, \dots$ — критический ветвящийся процесс Гальтона–Ватсона, удовлетворяющий условию

$$D Z_1 \equiv 2b \in (0, +\infty), \quad (1)$$

и T_x — момент первого достижения уровня $x > 0$ процессом $\{Z_n\}$, т. е. $T_x = \inf \{n: Z_n > x\}$. В работе, представленной данным сообщением, устанавливается принцип инвариантности для процесса $\{Z_n\}$, рассматриваемого при условии, что $T_x < +\infty$, $x \rightarrow +\infty$.

При этом существенную роль играет *принцип инвариантности Феллера–Линдвалла*: если выполнено условие (1) и $y > 0$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\left\{ \frac{Z_{[nt]}}{bn}, t \geq 0 \mid Z_0 = [bny] \right\} \xrightarrow{D} \{Y(t), t \geq 0 \mid Y(0) = y\}, \quad (2)$$

где $Y = \{Y(t)\}$ — так называемый *феллеровский непрерывный ветвящийся процесс*, символ $\xrightarrow{D}$ означает сходимость по распределению в пространстве $D[0, +\infty)$ с топологией Скорохода. Процесс Y является однородным диффузионным процессом, принимающим неотрицательные значения, причем состояние 0 является поглощающим.

Оказывается, предельный процесс $Y^\uparrow$ в принципе инвариантности для процесса $\{Z_n\}$, достигающего высокого уровня, является *условным* феллеровским непрерывным ветвящимся процессом. Более точно, справедлив следующий результат. Пусть $T_x^{(Y)}$ — момент первого достижения уровня $x > 0$ процессом Y , т. е. $T_x^{(Y)} = \inf \{t: Y(t) = x\}$.

Теорема 1. Пусть $Y(0) = \varepsilon$, тогда процесс Y , рассматриваемый при условии, что $T_1^{(Y)} < +\infty$, сходится при $\varepsilon \rightarrow 0$ по распределению в пространстве $C[0, +\infty)$ к некоторому случайному процессу $Y^\uparrow$ с непрерывными траекториями.

Теперь мы в состоянии сформулировать основной результат.

Теорема 2. Пусть выполнено условие (1), тогда при $x \rightarrow +\infty$

$$\left\{ \frac{Z_{[xt/b]}}{x}, t \geq 0 \mid T_x < +\infty \right\} \xrightarrow{D} Y^\uparrow.$$

Полученные результаты означают, что принцип инвариантности Феллера–Линдвалла играет такую же роль в теории ветвящихся процессов, какую в теории случайных блужданий играет принцип инвариантности Прохорова–Донскера. В условных принципах инвариантности для случайных блужданий предельными процессами являются различные *условные броуновские движения* (например, броуновская извилина, броуновская экскурсия). Точно так же в условных принципах инвариантности для критического процесса Гальтона–Ватсона предельными процессами являются *условные феллеровские непрерывные ветвящиеся процессы*.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 08-01-00078, и программы «Математическая теория управления» Президиума РАН.