**Г. И. Б е л я в с к и й, Н. В. Д а н и л о в а** (Ростов-на-Дону, ЮФУ). **Вычисление справедливой цены финансового обязательства для дискретного и непрерывного случая в модели $(B,S)$-рынка со случайным изменением тренда.**

Рассмотрим модель, являющуюся обобщением модели Блэка–Шоулса [1]: $dS_t = S_t(\mu\,dt + \sigma\,dW_t)$, $dB_t = rB_t\,dt$, а именно, модель со случайным изменением тренда, как только цена акции достигает границ некоторого «коридора» $[M_0, M_1]$. При достижении границ «коридора» коэффициент тренда $r-\sigma^2/2$ изменяет знак так, чтобы цена акции оставалась в пределах данного «коридора». Изменение знака тренда может происходить за счет изменения $r$ с $r_1$ на $r_2$, например, следующим образом. Если начальная цена акции $S_0$ принадлежит отрезку $[M_0,(M_0+M_1)/2]$, то $r_1-\sigma^2/2>0$, а $r_2-\sigma^2/2<0$. Если $S_0\in((M_0+M_1)/2,M_1]$, то $r_1-\sigma^2/2<0$, а $r_2-\sigma^2/2>0$. Число переключений конечно и равно $N$.

В докладе доказываются две теоремы, которые обосновывают расчеты на данном $(B,S)$-рынке.

**Теорема 1.** *Рассматриваемый $(B,S)$-рынок является безарбитражным и полным.*

**Теорема 2.** *Справедливая цена для европейского опциона Call имеет вид*:

$$C = S_0\mathbf{E}^*\left(N\left(\frac{-d(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_N)+T\sigma}{\sqrt{T}}\right)\right) - K\mathbf{E}^*\left(\frac{1}{B_T}N\left(\frac{-d(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_N)}{\sqrt{T}}\right)\right),$$

$$\textit{где}\quad d(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_N)=\frac{1}{\sigma}\left(\ln\frac{K}{S_0}-\sum_{k=1}^{N}\delta_{k-1}(\tau_k-\tau_{k-1})-\delta_N(T-\tau_N)\right),$$

$$\delta_i=\left(r_1-\frac{\sigma^2}{2}\right)I_{\{S_{\tau_i}=M_0\}}+\left(r_2-\frac{\sigma^2}{2}\right)I_{\{S_{\tau_i}=M_1\}},\quad i=1,\dots,N,\quad \delta_0=r_1-\frac{\sigma^2}{2}.$$

Распределение $\mathbf{p}=p(x_1,x_2,\dots,x_N)$ вектора $(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_N)$ выглядит следующим образом (в предположении, что $r_1-\sigma^2/2>0$ и $N$ нечетно):

$$\mathbf{p}=\begin{cases} I_0(x_1,x_2,\dots,x_N), & 0\leqslant x_1\leqslant T,\ x_1\leqslant x_2\leqslant T,\ \dots,\ x_{N-1}\leqslant x_N\leqslant T,\\ I_1(x_1,x_2,\dots,x_{N-1}), & 0\leqslant x_1\leqslant T,\ x_1\leqslant x_2\leqslant T,\ \dots,\ x_N=T,\\ I_2(x_1,x_2,\dots,x_{N-2}), & 0\leqslant x_1\leqslant T,\ x_1\leqslant x_2\leqslant T,\ \dots,\ x_{N-1}=x_N=T,\\ \dots\dots\dots & \\ I_{N-1}(x_1), & 0\leqslant x_1\leqslant T,\ x_2=\dots=x_N=T,\\ I_N, & x_1=x_2=\dots=x_N=T.\end{cases}$$

$$I_0(x_1,x_2,\dots,x_N)=g(a_1,b_1,x_1)g(a_2,b_2,x_2-x_1)\cdots g(a_1,b_2,x_N-x_{N-1}),$$

$$I_1(x_1,x_2,\dots,x_{N-1})=g(a_1,b_1,x_1)g(a_2,b_2,x_2-x_1)\cdots\int_T^\infty g(a_1,b_2,x_N-x_{N-1})\,dx_N,$$

$$\dots,\ I_{N-1}(x_1)=g(a_1,b_1,x_1)\int_T^\infty g(a_2,b_2,x_2-x_1)\,dx_2,\quad I_N=\int_T^\infty g(a_1,b_1,x_1)\,dx_1,$$

$$\sqrt{a_1}=\frac{1}{\sigma}\left(r_1-\frac{\sigma^2}{2}\right),\quad \sqrt{b_1}=\frac{1}{\sigma}\ln\frac{M_1}{S_0},\quad \sqrt{a_2}=-\frac{1}{\sigma}\left(r_2-\frac{\sigma^2}{2}\right),\quad \sqrt{b_2}=-\frac{1}{\sigma}\ln\frac{M_0}{M_1},$$

где $g(a,b,x)=\sqrt{b/(2\pi)}e^{\sqrt{ab}}x^{-3/2}\exp\{-(ax+b/x)/2\}$, а $\tau_i$ — марковские моменты остановки, моменты достижений границ «коридора».

При доказательстве теоремы используются результаты работы [2]. В докладе, кроме аналитического, приведены два альтернативных способа вычисления справедливой цены европейского опциона: метод Монте-Карло и метод аппроксимации непрерывного рынка полным рынком с дискретным временем [3]. Отметим, что для расчетов аналитический метод оказался самым неэффективным.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 1998, 544 с.
2. *Barndorff-Nielsen O. E.* Exponential-decreasing distributions for the logarithm of particle size. — Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1977, v. 353, p. 401–419.
3. *Белявский Г. И.*, *Данилова Н. В.*, *Кондратьева Т. Н.* Расчеты для общей бинарной модели $(B, S)$-рынка. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 6, с. 982–993.