

И. А. К у н и ц и н, А. С. А д а м ч у к (Ставрополь, СевКавГТУ). **Обобщение фильтрационной теоремы об окружности.**

При решении изотропных плоскопараллельных задач гидродинамики широко используется теория функций комплексного переменного. Если область фильтрации несжимаемой вязкой жидкости имеет проницаемость k_0 и содержит включения конечного размера с проницаемостью k_i , то на их границе должны выполняться условия неразрывности.

Для случая одного круглого включения решение задачи дает фильтрационная теорема об окружности [1]. Более интересным и неисследованным является случай нескольких не имеющих общих точек включений круглой формы с произвольной проницаемостью.

Пусть невозмущенный плоскопараллельный фильтрационный поток в грунте с проницаемостью k_0 определяется функцией $f(z)$, особые точки которой лежат вне окружностей $|z - z_i| = R_i$, $i = 1, \dots, m$. Если k_i — проницаемость i -го включения, то возмущенное течение вне окружностей определится комплексным потенциалом $w_0(z)$, а внутри i -й окружности комплексным потенциалом $w_i(z)$, которые будем искать в виде

$$w_0(z) = f(z) + \sum_j \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n^j}{(z - z_j)^n}, \quad w_i(z) = \frac{2k_i}{k_0 + k_i} f(z) + \sum_{j \neq i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^j}{(z - z_j)^n}, \quad (1)$$

где B_n^j и C_n^j — коэффициенты рядов Лорана, которые следует определить.

Для того чтобы задача была разрешима, ее необходимо дополнить условиями неразрывности течения на границе каждой окружности:

$$\left. \frac{\operatorname{Re} w_0(z)}{k_0} \right|_{|z - z_i| = R_i} = \left. \frac{\operatorname{Re} w_i(z)}{k_i} \right|_{|z - z_i| = R_i}, \quad \operatorname{Im} w_0(z)|_{|z - z_i| = R_i} = \operatorname{Im} w_i(z)|_{|z - z_i| = R_i}. \quad (2)$$

Разлагая функции $f(z)$, $\sum_{n=0}^{\infty} B_n^j / (z - z_j)^n$ и $\sum_{n=0}^{\infty} C_n^j / (z - z_j)^n$ в ряд Лорана в окрестности точки z_i и выделяя действительную и мнимую части функций (1), а затем, воспользовавшись условиями (2), получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для отыскания коэффициентов B_n^j и C_n^j . Задавая количество членов в рядах, можно получить решение задачи фильтрации несжимаемой вязкой жидкости в области, содержащей круглые включения различной проницаемости, с некоторой точностью, которую можно оценить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубева О. В. Курс механики сплошных сред. М.: Высшая школа, 1972, 368 с.