Н. Д. Никоненко (Ростов-на-Дону, ЮФУ). **Хеджирование для пуассоновской модели (B,S)-рынка.**

В докладе рассматривается модель неполного безарбитражного (B,S)-рынка. Эволюция рискового актива определяется уравнением

$$S_n = S_{n-1}e^{h_n}, \tag{1}$$

где $h_n = \mu_n + \sigma_n\varepsilon_n$. Элементы ε_n — независимые и одинаково распределенные по закону Пуассона случайные величины. Рассматривается естественная фильтрация $F_n = \sigma(\varepsilon_1,\dots,\varepsilon_n)$. Относительно фильтрации параметры модели μ_n, ε_n — предсказуемы. Банковский счет

$$B_n = (1+r)B_{n-1}, \tag{2}$$

где r — константа. Не нарушая общности, будем считать, что $r=0$. Модель (1)–(2) рассматривалась в работе [1]. Для модели найдены преобразования Эшера и Гирсанова, которые совпали. Процесс плотности имеет следующий вид:

$$Z_n = \exp\left\{n\lambda - \sum_{k=1}^{n}\frac{\mu_k}{1-e^{\sigma_k}} + \sum_{k=1}^{N}\ln\frac{\mu_k}{\lambda(1-e^{\sigma_k})}\varepsilon_k\right\}.$$

Теорема. *Для существования преобразования Гирсанова и Эшера необходимо и достаточно, чтобы для всех n выполнялось неравенство*

$$\mu_n\sigma_n < 0. \tag{3}$$

Исследуется задача хеджирования в среднем. Условие качества воспроизведения финансового обязательства имеет вид $E_P|X_N^\pi - f_N|$. Оценка сверху:

$$E_{\widetilde P}\widehat Z_N|X_N^\pi - f_N| \leqslant \sqrt{E_{\widetilde P}\widehat Z_n^2}\sqrt{E_{\widetilde P}(X_N^\pi - f_N)^2}, \quad \text{где} \quad \widehat Z_n = \frac{1}{Z_N}, \quad Z_N \neq 0.$$

Оценка позволяет рассмотреть следующую оптимизационную задачу:

$$\min_{x,\pi\in \mathrm{SF},\widetilde P}\sqrt{E_{\widetilde P}\widehat Z_n^2}\sqrt{E_{\widetilde P}(X_N^\pi - f_N)^2} \text{ при условии, что } \widetilde P \text{ — мартингальная мера.} \tag{4}$$

Если зафиксировать мартингальную меру $\widetilde P$, то задача (4) переходит в следующую задачу:

$$\min_{x,\pi\in \mathrm{SF}}\sqrt{E_{\widetilde P}(X_N^\pi - f_N)^2}. \tag{5}$$

Решение задачи (6) находится из разложения Кунита–Ватанабе (см. [2]). Для нахождения мартингальной меры естественно рассмотреть задачу

$$\min_{\widetilde P} E_{\widetilde P}\widehat Z_n^2 \text{ при условии, что } \widehat P \text{ — мартингальная мера.}$$

Если μ_n, σ_n являются константами, то решение имеет вид $x_{k,N} = \sqrt{\eta e^{k\sigma}+\xi}$. Параметры ξ, η находятся из системы уравнений

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(e^\sigma\lambda)^k}{k!\sqrt{\eta e^{k\sigma}+\xi}} = e^{\lambda-\mu}, \quad \sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!\sqrt{\eta e^{k\sigma}+\xi}} = e^{\lambda}.$$

Далее вычисляется процесс плотности и хедж, на дереве. Число потомков узла дерева определяется из оценки $\mathbf{P}\{\varepsilon \geqslant k\} = e^{-\lambda}\sum_{i=k+1}^{\infty}\lambda^i/i! < \delta$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лужецкая П. А.* Преобразование Гирсанова для пуассоновской модели поведения финансовых индексов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 5.
2. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. Т. 2. Теория. М.: Фазис, 1998.