

И. А. Перцева, Ю. В. Петрови́чева (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении движением твердого тела.**

Рассмотрим задачу о стабилизации программного поступательно-вращательного движения твердого тела переменной массы, в котором его центр инерции движется с заданной скоростью $\mathbf{v}_c(t)$, а тело имеет постоянную ориентацию относительно заданной неинерциальной системы координат.

Пусть $O\xi\eta\zeta$ есть инерциальная система координат, $Cxyz$ есть система координат с началом, совпадающим в каждый момент времени с центром инерции тела, оси которой Cx , Cy и Cz имеют неизменные направления в теле, $C\alpha\beta\gamma$ — система координат, вращающаяся относительно $O\xi\eta\zeta$ с заданной угловой скоростью $\omega(t) = (\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t))'$.

Динамические уравнения движения тела в системе $Cxyz$ имеют следующий вид [1]

$$m \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + m(\omega(t) \times \mathbf{v}_c) = F + R, \quad I \frac{d\omega}{dt} + (\omega \times I\omega) = M_F + M_R, \quad (1)$$

где \mathbf{v}_c и ω соответственно абсолютная скорость центра инерции и угловая скорость тела, $m = m(t)$ — масса тела, $I(t)$ — тензор инерции тела в осях $Cxyz$, F и R — равнодействующие внешних и реактивных сил, приложенных к телу, M_F и M_R — моменты этих сил относительно центра инерции C ($(x \times y)$ — векторное произведение).

Пусть задан произвольный ограниченный режим движения $v = v_c^p$, $\omega = \omega^p(t) = (\omega_1^p, \omega_2^p, \omega_3^p)'$ получаемый согласно (1) при программном управлении $R = R^p(t)$ и $M_R = M_R^p(t)$.

Уравнения возмущенного движения в возмущениях $x = v - v_c^p(t)$, $y = \omega - \omega^p(t)$ в соответствии с (1) представимы в виде

$$m \frac{dx}{dt} + m(y \times x) + m(y \times v_c^p) + m(\omega^p(t) \times x) = X_{st}, \quad I \frac{dy}{dt} + y \times Iy + y \times I\omega^p(t) + \omega^p(t) \times Iy = M_{st}, \quad (2)$$

где X_{st} и M_{st} есть искомые стабилизирующие сила и момент.

Угловое положение тела будем определять при помощи параметров Родрига–Гамильтона $(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, задающих положения $Cxyz$ относительно $C\alpha\beta\gamma$.

Кинематические уравнения вращательного движения тела в этих параметрах будут иметь следующий вид

$$2\dot{\lambda}_0 = -\lambda_1 y_1 - \lambda_2 y_2 - \lambda_3 y_3, \quad 2\dot{\lambda}_1 = \lambda_0 y_1 + \lambda_2 (y_3 + 2\omega_3^p) - \lambda_3 (y_2 + 2\omega_2^p). \quad (3)$$

Совпадению базисов $Cxyz$ и $C\alpha\beta\gamma$ соответствует кватернион $\Lambda = (\pm 1, 0, 0, 0)$.

Поставленную задачу можно рассматривать как задачу синтеза управляющих воздействий X_{st} и M_{st} , обеспечивающих равномерную асимптотическую устойчивость положения равновесия системы (2) и (3) $x = 0, y = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0, \lambda_0 = 1$

Методом функций Ляпунова показано, что такая задача решается в виде управляющих воздействий

$$X_{st} = A(t)x, \quad M_{st} = B(t)y - c(t)\lambda, \quad \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)', \quad 0 < c_0 \leq c(t) \leq c_1,$$

где $A, B \in R^+ \rightarrow R^{3 \times 3}$ есть непрерывные, ограниченные матрицы, $c : R^+ \rightarrow R^+$ — непрерывная ограниченная функция.

Разработана математическая модель процесса управления твердым телом.

Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (2.1.1/6194) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг» (НК-433П, П/2578).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маркеев А. П.* Теоретическая механика: Учебник для университетов. М.: ЧеРо, 1999, 572 с.